

Guia de Simulação Discreta por Computador usando



Jim Shalliker
Heybrook Associates

&

Abdul Suleman
ISCTE – IUL Instituto Universitário de Lisboa

Previous Note

This handout is based on the seminal work by Jim Shalliker¹ and it resulted from its translation, adaptation and completion. This release was purposefully prepared for the course in Simulation of Operations and Services of the MSc in Management of Services and Technology from the ISCTE Business School (IBS) of ISCTE – IUL Lisbon University Institute.

Nota Prévía

Este manual foi elaborado com base no trabalho original de Jim Shalliker¹, como texto de apoio à unidade curricular SSO – Simulação de Sistemas e Operações, do Mestrado em Gestão de Serviços e da Tecnologia (MGST), da ISCTE Business School (IBS), do ISCTE - IUL Instituto Universitário de Lisboa.

¹ Shalliker, J. (2009), *An Introduction to Simulation in the Service Industry using SIMUL8 2009* (release 16), for SIMUL8 Corporation.

Índice

1	Generalidades	1
1.1	O que é Simulação?	1
1.2	Enquadramento da Simulação	2
1.3	Processo de Simulação	3
1.4	Nomenclatura	4
1.5	Exemplo Elementar	6
2	O Papel da Estatística na Simulação	9
2.1	Algumas Distribuições de Probabilidade	9
2.2	Inferência Estatística	19
2.2.1	Estimação pontual e estimação intervalar	20
2.2.2	Teste de Hipóteses	22
2.3	Teorema do Limite Central	23
3	Introdução ao Software SIMUL8	29
3.1	Aspectos Gerais	29
3.2	Conceitos Básicos	29
3.3	Um Exemplo Guiado	33
3.3.1	Iniciar o SIMUL8	35
3.3.2	Modelo determinístico	36
3.3.3	Modelo estocástico	45
3.4	Grafismos	52
3.4.1	Ampliação (<i>Zooming</i>)	52
3.4.2	Alteração de ícones	52
3.4.3	Criação de ícones	54
3.4.4	Ícones dinâmicos para os objectos	55
3.4.5	Ícones dinâmicos para os <i>work items</i>	55
3.4.6	Subjanelas (<i>subwindows</i>)	56
3.4.7	Multiplicidade de <i>work stations</i> idênticos	57
3.5	Controlando a Experiência de Simulação	58
3.5.1	Período de aquecimento (<i>warm-up period</i>)	58
3.5.2	Variação entre <i>runs</i>	60
3.5.3	Executar <i>runs</i> automaticamente	62

3.5.4	Variabilidade de <i>work items</i>	64
3.6	Utilização do EXCEL.....	66
3.7	Variabilidade em Experiências de Simulação	69
4	Funcionalidades Avançadas do SIMUL8	71
4.1	Saídas Múltiplas	71
4.2	Prioridades.....	72
4.2.1	<i>Work items</i> em filas	72
4.2.2	<i>Work centers</i>	73
4.3	Interrupções	75
4.3.1	Programadas a tempos regulares	75
4.3.2	Programadas a ciclos regulares.....	78
4.3.3	Não programadas.....	79
4.4	Recursos, Fluxos Variáveis e Turnos (<i>Shifts</i>).....	80
4.4.1	Um único recurso para duas operações sucessivas	80
4.4.2	Concorrência por recursos	86
4.4.3	Simplificação do modelo.....	91
4.4.4	Fluxos variáveis	93
4.4.5	Turnos (<i>shifts</i>)	95
4.5	Reencaminhamento (<i>Routing</i>).....	96
4.5.1	Desistência (<i>Reneging</i>)	97
4.5.2	Lotação (<i>Baulking</i> ou <i>Balking</i>)	99
4.5.3	Análise financeira	102
4.6	Etiquetas (<i>Labels</i>)	106
4.6.1	<i>Label</i> numérico para direccionar de um <i>work center</i>	106
4.6.2	<i>Label</i> numérico para controlar a imagem de <i>work items</i>	110
4.6.3	<i>Label</i> numérico para priorizar <i>work items</i> em filas.....	113
4.6.4	<i>Label</i> numérico para desagregar resultados	115
4.6.5	<i>Label</i> alfabético para especificar distribuições.....	117
4.6.6	<i>Label</i> alfabético para configurar <i>work items</i>	121
4.7	Visual Logic.....	122
4.7.1	Número de operadores em função da procura.....	122
4.7.2	Maior complexidade na definição do número de operadores	128
5	Referências	135

1 Generalidades

1.1 O que é Simulação?

Simulação por computador, ou simplesmente simulação, é uma disciplina de projecto de modelos de sistemas físicos, actuais ou hipotéticos, sua implementação em computador e posterior execução e análise estatística de resultados. O estado do sistema físico é, em cada momento, representado pelas designadas variáveis de estado. O programa que executa a simulação opera modificações sobre essas variáveis, e pretende-se que reproduzam a evolução do sistema ao longo do tempo (Szczerbicka *et al.*, 2004).

Na simulação pretende-se então lidar com um objecto verdadeiro, conquanto se trabalha com uma imitação. Portanto, a simulação é um método efectivo de realizar pré-testes de sistemas propostos antes da sua construção ou, existindo, de analisar o seu desempenho actual, com implicações na sua eficácia (Maguire, 1972).

Comparativamente com as outras formas de análise, a simulação costuma ser mais realista, mais fácil de entender e mais convincente. Por isso, as conclusões obtidas recebem habitualmente aceitação generalizada. A simulação incorpora o princípio do *aprender fazendo* e, ao contrário de outras disciplinas, neste contexto pode dizer-se *só sabe quem faz*.

O primeiro passo para o conhecimento de um sistema é a criação de um modelo que sintetize as especificidades do sistema que se pretendem estudar. Os modelos podem por isso ter diversos níveis de granularidade. Para se ter uma noção da realidade em causa, e da sua complexidade, é necessário criar objectos artificiais e definir regras do seu funcionamento dinâmico. A simulação por computador permite implementar esse tipo de regras para configurar contextos específicos e ambientes virtuais (Fishwick, 1995).

Em traços gerais, a tarefa de uma simulação comporta três grandes etapas, que interagem entre si: o desenho do modelo, sua execução e análise dos resultados obtidos (Figura 1). Para simular um sistema físico deve então criar-se um modelo que represente esse sistema. Os modelos podem ter diversas formas. Em todo o caso, a sua execução, pretende-se, deve imitar com fidelidade o sistema em estudo (Brito e Teixeira, 2001).

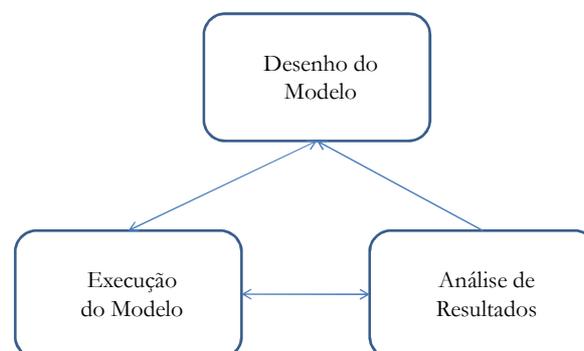


Figura 1: Etapas de uma tarefa de simulação (Fonte: Fishwick, 1995).

Os modelos de simulação podem ser globalmente classificados em dois tipos: os de variação contínua e os de variação discreta. Estes últimos também se designam modelos de

eventos discretos, e constituem o objecto do presente curso. A simulação discreta por computador é usada para operacionalizar este tipo de modelos. As variáveis de estado, que caracterizam o sistema que se está a estudar, podem sofrer modificações apenas à ocorrência de um evento.

1.2 Enquadramento da Simulação

Um sistema pode ser encarado como um conjunto de objectos, a que se associam atributos e funções, que interactuam de uma forma harmoniosa e que perseguem um determinado objectivo. Um modelo não é mais do que uma representação abstracta de um sistema (Szczerbicka *et al.*, 2004).

Os modelos analíticos têm descrição formal matemática, como por exemplo, sistemas de equações lineares, equações diferenciais ou processos estocásticos. As equações subjacentes a esses modelos podem resolver-se directamente ou, não sendo possível, resolvem-se por recurso a métodos numéricos.

A simulação é um meio alternativo de estudar sistemas, quando não se consegue descrevê-los analiticamente. Em alguns casos, recorre-se por vezes a aproximações analíticas para contornar o uso da simulação. Este método de análise empírica é no entanto útil em muitas situações práticas como, por exemplo, quando (Fishwick, 1995):

- o modelo é complexo e contém muitas variáveis e componentes de interacção;
- a relação entre variáveis é não linear;
- existe estocasticidade;
- se pretende obter uma imagem gráfica em 3D do produto final.

Acresce-se a isso que a técnica da simulação é uniforme para uma grande variedade de problemas e, mais importante ainda, ela permite reproduzir virtualmente o sistema que se quer estudar. Uma abordagem híbrida do problema, a começar numa representação analítica aproximada seguida da simulação, é um compromisso harmonioso para uma boa compreensão do sistema físico.

Tal como os modelos analíticos, a simulação apresenta vantagens em inúmeros cenários da vida real e, em particular, procura tirar partido da rapidez crescente dos sistemas informáticos e do seu baixo custo. A modelação de sistemas, qualquer que seja a sua natureza, apresenta muitas vantagens, como sejam (Fishwick, 1995):

- a avaliação remota, i.e., quando se tem apenas o modelo;
- o baixo custo experimental;
- a análise do comportamento por sujeição a diferentes "cargas", sem risco de danificação;
- a possibilidade de sugerir antecipadamente melhorias;
- a selecção das variáveis mais importantes, e da sua interdependência;
- a definição de arquitecturas alternativas.

Se a modelação de sistemas colhe aceitação generalizada, o mesmo não se pode dizer da forma como os modelos devem ser implementados. Em regra, os sistemas de grande

complexidade são difíceis de descrever analiticamente, a não ser à custa de restrições pouco realistas e de aproximações. É nessas situações que a simulação ganha o seu espaço. Como se referiu um pouco atrás, uma análise combinada dos dois métodos, sempre que possível, pode conduzir a uma solução óptima.

1.3 Processo de Simulação

Um processo de simulação fica facilitado, se se sistematizar previamente o problema em estudo. Não existem regras únicas para se proceder a essa sistematização, mas Maguire (1972), por exemplo, sugere uma perspectiva do processo que inclui dez passos. Neste contexto, fazemos uma pequena alteração, sem com isso retirar a exclusividade do mérito ao autor, e consideramos apenas nove passos (Figura 2), assim ordenados:

1. *Formular o problema*: Definição dos objectivos gerais do estudo; especificação das questões a que se pretende responder; descrição dos critérios de decisão e processos;
2. *Identificar os elementos relevantes do sistema*: Descrição dos componentes do sistema e das funcionalidades a desenvolver;
3. *Colher informação*: Identificação e classificação das fontes relevantes de informação;
4. *Formular os detalhes do modelo*: Especificação do planeamento, definindo os seus elementos básicos e suas características, incluindo uma descrição do funcionamento do modelo;
5. *Estabelecer os conteúdos do modelo*: Especificação do grau de realização do fenómeno em estudo; definição dos parâmetros de controlo e experimentação, assim como das medidas de desempenho do sistema;
6. *Construir o modelo*: Discussão de alternativas para modelar o sistema;
7. *Implementar o modelo em computador*: Parametização do SIMUL8 em conformidade com o modelo estabelecido;
8. *Simular em computador*: Execução do modelo no SIMUL8;
9. *Analisar resultados*: Relação dos resultados obtidos com o fenómeno real em estudo, que inclui a verificação da consistência dos dados obtidos por simulação com os esperados teoricamente ou com os dados actualmente disponíveis ou ainda com os dados históricos; avaliação sobre a necessidade de realizar mais ou outras experiências; realização da análise de sensibilidade; documentação dos resultados.

O aluno deverá ter em mente que seguir os passos indicados e, principalmente, ir mantendo uma boa e actualizada documentação de todo o processo - leia-se, dos diversos passos -, pode ser um factor decisivo para uma análise empírica bem sucedida, usando simulação por computador. Por isso, é importante não ceder à tentação de começar pelo passo 7.

É de realçar ainda que, tal como num estudo de investigação, um processo de simulação, que envolva alguma complexidade, conhece quase sempre avanços e recuos. Por isso é natural que, em momentos posteriores da análise, a sequenciação dos passos indicados seja alterada. Mas este facto não invalida de todo as recomendações anteriores.

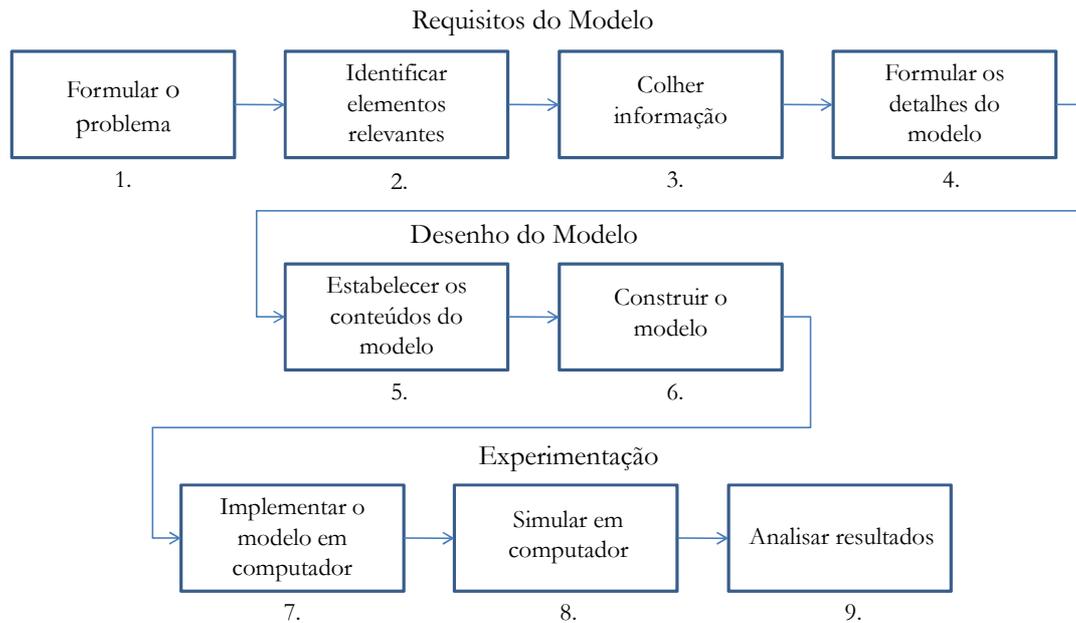


Figura 2: Tarefas de um processo de simulação (Fonte: Maguire, 1972).

1.4 Nomenclatura

Para compreender mais facilmente os conceitos básicos de uma simulação discreta, vamos utilizar o exemplo da chegada de automóveis, para abastecimento, numa estação de serviço até ao seu abandono (ver Arsham, referência [1]).

1. *Sistema (system)*: Colecção de entidades (e.g. pessoas, máquinas) que interagem ao longo do tempo para cumprir objectivos.
2. *Modelo (model)*: Representação abstracta do sistema, que habitualmente contém uma descrição estrutural, lógica ou matemática das relações que descrevem o sistema em termos de estados, entidades e seus atributos, conjuntos, processos, eventos, actividades e atrasos.
3. *Variável de estado (state variable)*: Variável que caracteriza um atributo do sistema; exemplos: número de automóveis num certo dia; caracterização probabilística das chegadas por semana, das 16:00 H às 17:00 H.
4. *Estado do sistema (system state)*: O conjunto de variáveis de estado que caracterizam o sistema em qualquer instante.
5. *Evento (event)*: Acontecimento instantâneo responsável por mudanças de estado no sistema; exemplos: chegada de (mais) um automóvel; início de abastecimento; fim de abastecimento.
6. *Entidade (entity)*: Objecto que passa pelo sistema ou que nele existe, que se caracteriza por um conjunto de atributos, e é responsável por levar a cabo actividades no sistema; exemplo: o automóvel é uma entidade e os seus atributos podem ser a hora de chegada, o tempo de espera até ao abastecimento, o tempo de abastecimento, etc.. Notar que, no presente exemplo, a bomba de gasolina é também uma entidade, sem a qual não existiria a função de abastecimento. Como o seu estado se modifica apenas com a chegada de um automóvel, isto é, depende de outra entidade, a bomba de gasolina dir-se-á entidade passiva e o automóvel entidade activa (Brito e Teixeira, 2001).

7. *Actividade (activity)*: Operação ou processo responsável pelas mudanças de estado das entidades. Inicia-se num determinado instante e prolonga-se por um determinado período. Pode surgir alguma confusão entre os conceitos de actividade e evento. Um evento é, por assim dizer, um impulso que potencia modificações de estado do sistema. O sistema mantém-se num determinado estado até à ocorrência de um novo impulso. Uma actividade é uma acção levada a cabo no sistema; exemplos: espera pelo abastecimento; abastecimento.
8. *Filas de entidades (entity queues)*: Locais onde se colocam as entidades enquanto aguardam atendimento. Quando estas filas correspondem a sistemas de espera recebem o nome particular de *filas de espera (waiting queues)*; exemplo: espera pelo abastecimento.
9. *Criação (creating ou entry point)*: Algo ou alguém responsável pela introdução de uma nova entidade activa no sistema.
10. *Término (exit point)*: Local para onde se destinam as entidades activas findo o processo.
11. *Calendarização (scheduling)*: acto de atribuir um evento futuro a uma entidade existente; exemplo: a chegada à estação de serviço corresponde um evento futuro de abastecimento, que ocorre a seguir ao tempo pré-programado na fila de espera, se o tempo de espera actual é diferente de zero ou, caso contrário, de imediato.
12. *Variável aleatória (random variable)*: Quantidade incerta, a que se associa uma distribuição de probabilidade; exemplo: tempos de chegada à estação de serviço, modelados por uma distribuição exponencial.
13. *Variável pseudo-aleatória (pseudo-random variate)*: Imitação artificial de uma variável aleatória.
14. *Relógio (clock)*: Variável que representa o tempo na simulação.

É de realçar que, quando se usa um *software* de simulação, o utilizador só tem de se preocupar com parte dos elementos atrás definidos. E mesmo assim, a sua tarefa resume-se à parametrização desses elementos que, aliás, estão disponíveis para utilização imediata. Contudo, ter uma noção geral do funcionamento do sistema de simulação ajuda a compreender melhor o que está em jogo, e de como tirar maior partido do recurso disponível.

A terminologia usada para os conceitos acima indicados pode variar de acordo com o *software* utilizado. O SIMUL8, por exemplo, usa basicamente as entidades (*Work Items*) e cinco objectos, que são recursos parametrizáveis, dois dos quais correspondem a pontos de entrada e de saída de entidades, *Work Entry Points* e *Work Exit Points*. Estes objectos estão associados aos conceitos atrás identificados com os números 9 e 10, respectivamente. Refira-se, aliás, que a designação alternativa *entry point* em 9 e o conceito *exit point* (10) foram adicionados em alinhamento com o SIMUL8 (ver referência [9]).

Os restantes três objectos são as estações de trabalho ou centro de operações (*Work Centers*), os locais de armazenamento ou filas de espera (*Storage Bins* ou *Queues*) e os recursos (*Resources*), no sentido estrito, como sejam pessoas ou ferramentas necessárias para executar tarefas numa estação de trabalho. As estações de trabalho são conotadas com as entidades passivas. Adiante retomaremos este assunto com mais detalhe.

1.5 Exemplo Elementar

Vamos supor que se pretende fazer um estudo de simulação de uma estação de serviço, com apenas uma bomba de gasolina, e vocacionada apenas para automóveis ligeiros. Para simplificar, admitamos que o pagamento é feito por débito directo, usando o identificador da Via Verde² (Figura 3). Os automóveis chegam a um ritmo médio de 20 por hora, seguindo uma distribuição exponencial. O tempo de abastecimento aproxima-se a uma distribuição normal com média igual a 3 minutos e desvio-padrão 0.5 minutos. Sabe-se, no entanto, que as pessoas costumam demorar entre 2 a 5 minutos, em cada abastecimento.

Vejamus então como poderíamos representar o modelo de simulação para este problema, usando a nomenclatura do SIMUL8, e indicar as parametrizações de cada elemento considerado no modelo. A seguir, faremos uma breve discussão sobre algumas modificações que podem ser testadas, prevendo cenários alternativos. Nessa altura, e supondo que o modelo proposto não sofre contestação, será claro que as modificações implicarão apenas as reparametrizações do modelo.

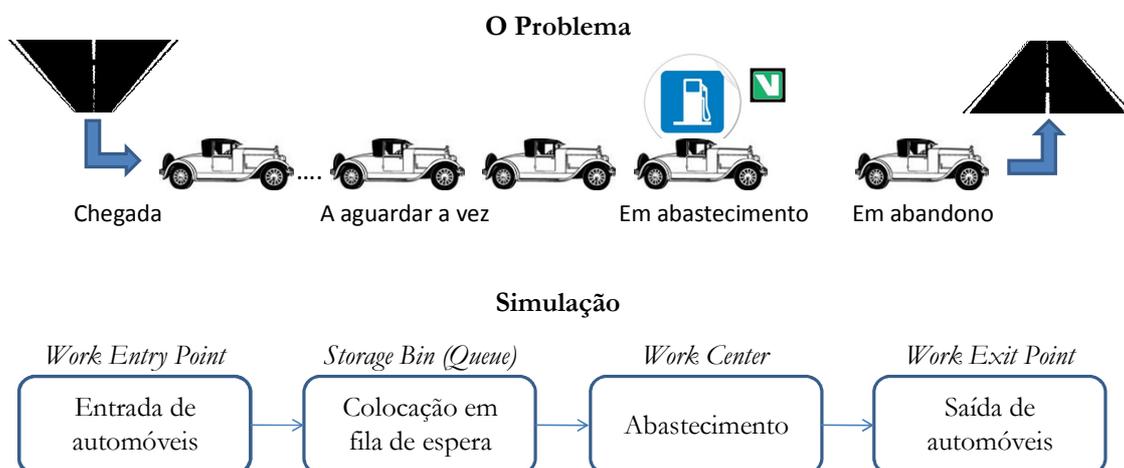


Figura 3: Simulação de uma estação de serviço, usando a nomenclatura do SIMUL8.

Em traços gerais, o automobilista sai da estrada e entra na estação de serviço. Abastece imediatamente o seu automóvel, se à sua frente não encontrar fila ou coloca-se atrás do último automóvel da fila e aguarda a sua vez. Depois de abastecer o automóvel de combustível, retorna à estrada um pouco mais à frente, como esquematizado na Figura 3. O pagamento é feito automaticamente. Fica como exercício o aluno descrever detalhadamente, para este problema, os passos envolvidos num processo de simulação, tal como indicados na Subsecção 1.3.

Para implementar este problema no SIMUL8, o aluno deverá começar por desenhar e ligar os quatro objectos indicados na Figura 3. Para tal, necessita apenas de clicar em objectos pré-definidos no programa, colocá-los no ecrã e ligá-los. Terá como resultado uma gravura semelhante à indicada na Figura 4.

² Via Verde é um sistema português de pagamento automático, por débito de conta bancária, accionado por um identificador colocado no pára-brisas do automóvel.

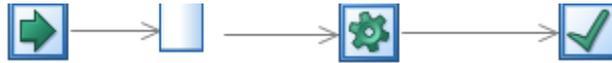


Figura 4: Descrição do modelo no SIMUL8.

Poderá personalizar os arranjos gráficos mas, para já, não é isso que importa. O próximo passo é indicar ao simulador que está a usar o minuto como unidade de tempo. A seguir deve parametrizar cada um dos quatro elementos utilizados: distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 20/60 = 0.33$ para o *Work Entry Point*, a capacidade da fila de espera (por exemplo, 40 automóveis) para o *Storage Bin* e, finalmente, distribuição normal de parâmetros (3, 0.5) para o *Work Center*. Neste último caso, deve ainda acrescentar o valor mínimo e o valor máximo, respectivamente, 2 e 5, para que o simulador ignore qualquer valor fora destes limites. O *Work Exit Point* não necessita de ser parametrizado. Vamos admitir que os tempos de trânsito entre diversos elementos (*travel times*) são nulos.

Ao correr a simulação, isto é, ao clicar em , o simulador disponibilizará um conjunto de informações, quer gráficas quer numéricas, que permitirão analisar o funcionamento do sistema nos seus diversos pontos e perspectivas.

Vejamos agora como se processa conceptualmente a simulação no SIMUL8, e que é transparente ao utilizador. Quando se indica que as chegadas à estação de serviço seguem uma distribuição exponencial com média igual 0.33 automóveis por minuto, o SIMUL8 gera números (pseudo-)aleatórios com esta distribuição, os quais imitam as chegadas ao ritmo considerado. Na Tabela 1 exemplificam-se os tempos de chegada dos dez primeiros automóveis (tempo em minutos).

Tabela 1: Números pseudo-aleatórios simulando uma distribuição exponencial.

Entrada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chegada de automóveis	1.04	0.17	0.28	0.17	2.80	6.19	3.43	3.09	9.71	3.36

Assim, o primeiro automóvel chega ao fim de 1.04 minutos do início da contagem, o segundo depois de terem passado 0.17 minutos desde a chegada do automóvel anterior, e assim sucessivamente.

Simultaneamente, o simulador gera uma tabela de números aleatórios de uma distribuição Normal(3,0.5) que vão simular os tempos gastos nos respectivos abastecimentos, como se exemplifica na Tabela 2.

Tabela 2: Números pseudo-aleatórios simulando uma distribuição Normal (3,0.5).

Entrada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tempo de abastecimento	3.09	3.56	2.73	3.07	3.29	3.88	3.51	3.20	2.62	3.37

Deste modo, o automóvel 1, que entra na estação aos 1.04 minutos irá ser abastecido em 3.09 minutos, o automóvel 2, que entra na estação aos $1.04+0.17=1.21$ minutos, em 3.56 minutos, e assim por diante. No entanto, é importante realçar que este segundo automóvel ficará à espera, para iniciar o abastecimento, $3.09 - 0.17 = 2.92$ minutos, tempo necessário ao primeiro para completar o seu. Assim, o tempo de permanência na estação de serviço do automóvel 1 será de 3.09 minutos, e do automóvel 2 de $3.56 + 2.92 = 6.48$ minutos. Como

exercício, elabore um diagrama dos tempos de permanência de cada um dos dez primeiros automóveis, usando os valores indicados nas duas tabelas referidas.

Se, por exemplo, se quiser avaliar o impacto no sistema do número de chegadas, basta variar o parâmetro da distribuição exponencial no *Work Entry Point*; ou ainda se quiser considerar outros tempos de abastecimento bastará modificar o(s) parâmetro(s) da distribuição Normal, ou considerar até uma distribuição alternativa que se julgue mais adequada para modelizar esses tempos. Existem um sem número de cenários possíveis a explorar, onde se podem incluir avaliações económicas do sistema, podendo até especificar-se um cenário limite que fundamente a instalação de mais uma bomba de gasolina.

Ao longo do processo de simulação, o SIMUL8 vai registando a informação acerca do funcionamento do sistema em estudo, quer dizer das variáveis de estado, como, por exemplo, a altura da entrada na estação, as esperas na fila para abastecimento, o tempo de abastecimento (no caso, a Tabela 2), o tempo de permanência na estação, etc.. O resultado final de uma simulação em computador é então uma amostra multivariada do funcionamento do sistema.

Dito isto, o aluno deve estar consciencializado de que, se quer usar a simulação em computador como instrumento de estudo de sistemas de alguma complexidade, necessita de ter bons conhecimentos da teoria das probabilidades, de análise de dados e estatística. A primeira, a usar principalmente para parametrizar os diversos elementos presentes no modelo e, portanto, a montante do processo, e as duas últimas para analisar os resultados obtidos e inferir sobre o verdadeiro sistema, a jusante.

Resta acrescentar que os valores indicados na Tabela 1 e na Tabela 2 foram obtidos no SPSSTM 17, usando os seguintes comandos:

```
COMPUTE Carros = RV.Exp (0.33).  
EXECUTE.  
COMPUTE Tempo = RV.Normal(3.0, 0.5).  
EXECUTE.
```

Pode acontecer que os geradores de números aleatórios do SIMUL8 sejam diferentes dos do SPSSTM. Mas o princípio é o mesmo.

2 O Papel da Estatística na Simulação

A simulação tem como objectivo modelar acontecimentos aleatórios, de modo que os resultados simulados se aproximem tanto quanto possível dos resultados reais gerados (ou a gerar) pelos sistemas em estudo. Os resultados simulados, pretende-se, permitem ao investigador uma percepção mais clara do mundo real.

Para fazer simulação, e depois de se construir o modelo que representa uma realidade, é necessário introduzir dados (*input*) e seguidamente analisar o comportamento do modelo (*output*), quer como um todo (caixa preta), quer em blocos, através dos diversos módulos constituintes.

Os dados de entrada podem ser de natureza diversa. Contam-se como exemplos, tempos entre chegadas, tempos de serviço, tempos de reparação, produção diária, etc. Quando o sistema existe, os dados podem ser reais. Esta possibilidade gora-se quando se trata de um sistema futuro. Em todo o caso, e dada a sua flexibilidade, é mais proveitoso utilizar métodos probabilísticos para estudar sistemas simulados. Por exemplo, números aleatórios gerados a partir de uma distribuição exponencial podem ser usados para imitar tempos entre chegadas e, conseqüentemente, executar uma simulação. A vantagem de um tal procedimento mede-se pelo facto de os tempos gerados estarem indexados ao parâmetro da distribuição exponencial. Pelo que o comportamento do sistema fica, regra geral, condicionado a esse parâmetro.

Neste contexto, uma amostra (pseudo-aleatória) gerada por uma distribuição de probabilidade fixada *a priori* vai designar-se *run*. Um *run* é, portanto, uma sequência de números aleatórios. Ao conjunto de $M > 1$ *runs* dá-se o nome de *trial*. Um *trial* é então um conjunto de M sequências de números aleatórios. Em outros contextos, *trial* designa-se apropriadamente por réplica. Acontece que no SIMUL8 *replicates* é uma instrução usada para multiplicar objectos da mesma natureza. Daí a manutenção do termo *trial*, que significa teste habitualmente usado por um período curto, para avaliar a eficiência de qualquer coisa ou pessoa. Em experiências de simulação, os *trials* são comumente usados para construir intervalos de confiança para os parâmetros em estudo. Adiante teremos oportunidade de ver como isso se processa.

Posto isto, vamos descrever algumas distribuições de probabilidade contínuas, usadas habitualmente em experiências de simulação. Mais adiante, faremos uma breve revisão sobre inferência estatística, terminando com a recapitulação do teorema do limite central, e sua aplicação.

2.1 Algumas Distribuições de Probabilidade

1. *Distribuição Fixa*: Em rigor, não se trata de uma distribuição. É uma função real (ordinária) que assume um valor fixo, para qualquer valor da variável independente. A sua descrição é trivial: $f_X(x) = k$, para todo o valor $x \in \mathbb{R}$. Esta distribuição pode ser usada, por exemplo, para modelar actividades de valor constante numa cadeia produtiva (e.g. tempo de secagem igual a 3 minutos; seria portanto $k=3$, se a unidade de tempo fosse o minuto).

2. *Distribuição Uniforme*: Diz-se que a variável aleatória (va) X segue uma distribuição uniforme com parâmetros a e b ($a < b$), e escreve-se $X \sim \text{Uni}(a, b)$, se a sua função de densidade de probabilidade (fdp) é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

A correspondente função de distribuição (fd) é

$$F_X = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Uma representação gráfica das duas funções pode ver-se na figura que se segue.

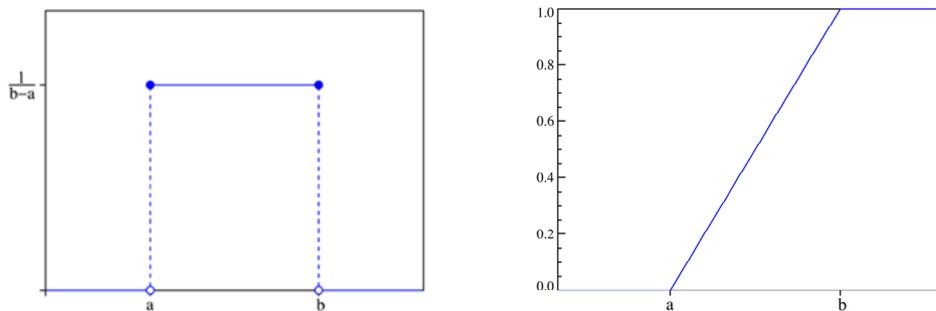


Figura 5: fdp e fd da distribuição uniforme (Fonte: Wikipedia).

Notar que a $\Pr[x_1 \leq X \leq x_2] = F_X(x_2) - F_X(x_1) = \frac{x_2 - x_1}{b - a}$ é proporcional à largura do intervalo $[x_1, x_2]$, para todos os valores $a \leq x_1 \leq x_2 \leq b$.

A média e a variância desta distribuição são dadas por

$$E[X] = \frac{a+b}{2} \text{ e } \text{Var}[X] = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

A distribuição uniforme tem um papel central na simulação, embora ocultado pelas facilidades dos *softwares* de aplicação. Por exemplo, números aleatórios, distribuídos uniformemente entre 0 e 1, são usados como um meio para gerar acontecimentos aleatórios.

3. *Distribuição Exponencial*: Diz-se que a va X segue uma distribuição exponencial com parâmetro $\lambda > 0$, e escreve-se $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

Na Figura 6 estão representadas graficamente fdp desta distribuição, para diversos valores de λ , que o aluno deve identificar. A sua média e a variância são dadas por

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \text{ e } \text{Var}[X] = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Portanto, a distribuição exponencial caracteriza-se por ter a média igual ao desvio-padrão (raíz quadrada da variância).

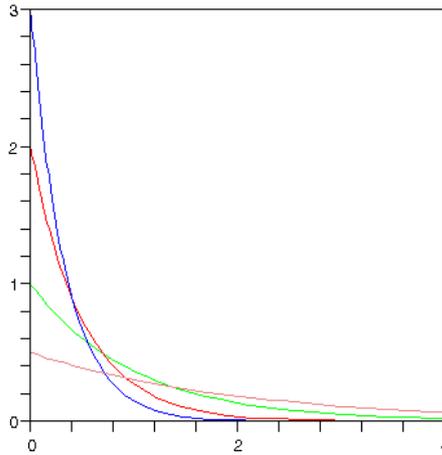


Figura 6: Distribuição exponencial para diversos valores de λ .

Integrando a fdp obtemos a fd desta distribuição:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

Em alguns textos, a fdp é descrita da seguinte forma:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

sendo, neste caso, $E[X] = \lambda$ e $\text{Var}[X] = \lambda^2$. O aluno deve certificar-se previamente da formulação utilizada em cada contexto, de modo a evitar conclusões erradas. Serve de mnemónica o facto de a média (e, claro, o desvio-padrão) da distribuição exponencial ser igual ao inverso do coeficiente da função exponencial. Porém, quando numa aplicação computacional lhe pedirem para especificar a média da distribuição exponencial, indique o valor da média, e não se preocupe com a formulação usada pela aplicação, porque assim não existe qualquer ambiguidade. A título de exemplo, veja na Figura 7 a forma como se parametriza a distribuição exponencial no SIMUL8. No caso, distribuição exponencial com média igual a 1.5 minutos, a regular o tempo entre chegadas (*inter-arrival times*) de chamadas num *Work Entry Point* de um hipotético *Call Center*.

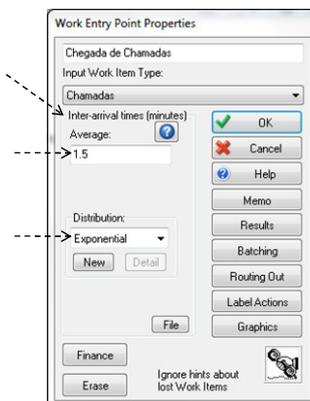


Figura 7: Parametrização da distribuição exponencial no SIMUL8.

Vem a propósito referir que a distribuição exponencial é muito usada para modelar tempos entre chegadas, quando essas chegadas são completamente aleatórias (leia-se, independentes), bem como para modelar tempos de serviço com elevada variabilidade. Nessas circunstâncias, o parâmetro λ significa ritmo ou taxa (*rate*): por exemplo, chegadas por hora ou serviços por minuto. No caso referido anteriormente, chegam em média 40 chamadas por hora (lembre-se que em média o tempo que separa duas chamadas consecutivas é igual 1.5 minutos; veja na Figura 7, *average* = 1.5).

A distribuição exponencial tem sido igualmente usada para modelar tempos de vida de componentes que avariam instantaneamente, como, por exemplo, uma lâmpada incandescente. Nesses casos, λ interpreta-se como taxa de avaria ou falha. Portanto, taxa é inverso da média.

Uma propriedade importante da distribuição exponencial é a ausência de memória. Em termos formais, para qualquer $s \geq 0$ e $t \geq 0$,

$$\Pr[X > s + t \mid X > s] = \Pr[X > t].$$

Se X representa o tempo de vida de um componente, e assumindo que esse tempo segue uma distribuição exponencial, a probabilidade de sobreviver $s+t$ unidades de tempo, sejam horas, dado que esteve em funcionamento s horas, é igual à probabilidade de sobreviver pelo menos t horas. A distribuição exponencial "esquece" o tempo que ficou para trás e, no caso, a distribuição do tempo de sobrevivência, nomeadamente, $X-s$, é a mesma que a distribuição original de um componente novo. Dito em termos informais, o componente não se lembra de estar já em funcionamento durante s horas.

4. *Distribuição Gama*: A função usada para definir a distribuição gama é a função designada gama, que é definida para qualquer valor $k > 0$ como

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-t} dt$$

É fácil mostrar que $\Gamma(k) = (k-1)\Gamma(k-1)$, pelo que, sendo k um valor inteiro, se tem $\Gamma(k) = (k-1)!$. A função gama pode ser interpretada como uma generalização do conceito de factorial, aplicando-o a todos os números reais positivos e não apenas a inteiros, como aprendemos. Contudo, não é tão fácil calcular, por exemplo, $5.2!$ como o é $5!$. No primeiro caso, teríamos de calcular o integral acima, enquanto que no último bastar-nos-ia socorrer de uma calculadora de bolso ou de um qualquer telemóvel!

Diz-se que a va X segue uma distribuição gama com parâmetros $k > 0$ e $\theta > 0$, e escreve-se $X \sim \text{Gam}(k, \theta)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} x^{k-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\Gamma(k)\theta^k}, & x > 0 \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

A k dá-se o nome de parâmetro de forma e a θ parâmetro de escala. Não se apresenta aqui a expressão analítica da respectiva fd. Os alunos interessados poderão encontrá-la na

Wikipedia. Na Figura 8 estão representadas a fdp e fd da distribuição gama, para diferentes valores destes dois parâmetros.

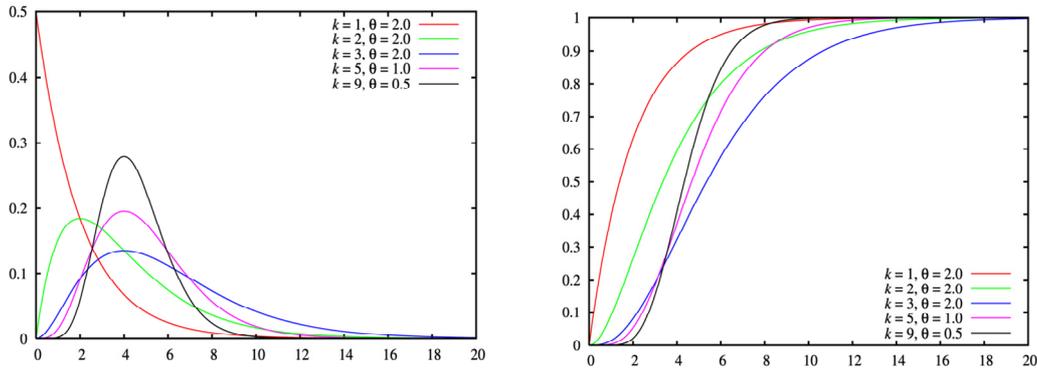


Figura 8: fdp e fd da distribuição gama, para diversos valores de k e θ (Fonte: Wikipedia).

O valor médio e a variância da distribuição gama são dados por

$$E[X] = k\theta \text{ e } \text{Var}[X] = k\theta^2.$$

No caso particular de ser $k=1$, a distribuição gama degenera numa distribuição exponencial com parâmetro $\lambda=\theta^{-1}$. Porém, a relação entre estas duas distribuições não se esgota nesta particularidade. Com efeito, sendo k inteiro, a soma de k variáveis aleatórias independentes, cada uma seguindo uma distribuição exponencial com parâmetro comum $k\theta^{-1}$, é uma va $\text{Gam}(k, \theta)$. Explicitamente, se $X = X_1 + X_2 + \dots + X_k$ e $X_i \sim \text{Exp}(k\theta^{-1}), i = 1, 2, \dots, k$, então $X \sim \text{Gam}(k, \theta)$.

5. *Distribuição Earlang-k*: A distribuição Earlang-k ou simplesmente Earlang é uma particularização da distribuição gama, em que o parâmetro de forma é um inteiro. Esta distribuição pode ocorrer no seguinte contexto: considere uma série de k centros de operações por que se deve passar para completar um serviço (e.g. numa lavandaria, teríamos: espalhar tira-nódoas, lavar, secar, engomar, cobrir com plástico). Suponha que nenhum serviço se pode iniciar sem que o anterior se tenha completado primeiro (Banks *et al.*, 2005). Vamos admitir que o tempo de serviço de cada centro de operações segue uma distribuição exponencial com parâmetro $k\theta^{-1}$. Sendo assim, o tempo médio de serviço do conjunto de k centros de operações será igual a

$$E[X] = E[X_1] + E[X_2] + \dots + E[X_k] = \frac{\theta}{k} + \frac{\theta}{k} + \dots + \frac{\theta}{k} = \theta,$$

e a variância

$$\text{Var}[X] = \text{Var}[X_1] + \text{Var}[X_2] + \dots + \text{Var}[X_k] = \left(\frac{\theta}{k}\right)^2 + \left(\frac{\theta}{k}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\theta}{k}\right)^2 = \frac{\theta^2}{k}.$$

No SIMUL8, a parametrização da distribuição Earlang faz-se indicando o valor do parâmetro de forma k e da média da distribuição θ , como se pode ver na Figura 9, exemplificada para $k=2.5$ e $\theta=10$ (não se esqueça, $\theta = \lambda^{-1}$).



Figura 9: Parametrização da distribuição Earlang, no SIMUL8.

6. *Distribuição Normal ou Gaussiana*: Diz-se que a va X segue uma distribuição gaussiana com parâmetros $-\infty < \mu < +\infty$ e $\sigma > 0$, e escreve-se $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right), -\infty < x < +\infty.$$

Ressalta desta definição que a distribuição gaussiana fica univocamente determinada se se conhecer os parâmetros μ e σ . É fácil mostrar que se $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$, $E[X] = \mu$ e $\text{Var}[X] = \sigma^2$. Portanto, μ é o valor médio da distribuição e σ o seu desvio-padrão. Adicionalmente, sabendo que a distribuição é simétrica em torno da sua média μ , esta é também a sua mediana. Em particular, verifica-se ainda que μ é a moda da distribuição.

A distribuição gaussiana é útil na modelação de fenómenos em que esteja subjacente algum mecanismo aditivo. Este aspecto será mais claro, quando nos referirmos adiante ao teorema do limite central. Na Figura 10 apresentam-se exemplos de distribuições gaussianas, para diferentes valores dos parâmetros μ e σ .

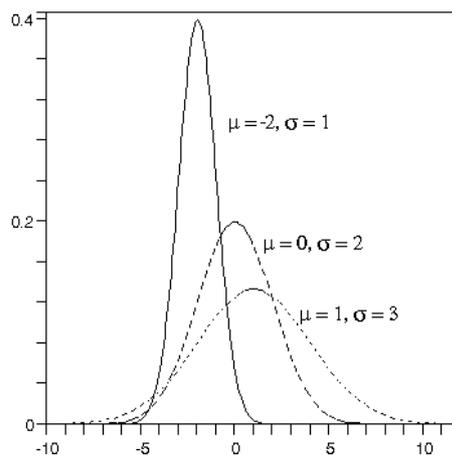


Figura 10: fdp da distribuição gaussiana, para diversos valores de μ e σ .

São conhecidas dos alunos as inúmeras propriedades da distribuição gaussiana. Lembramos que, se a va $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$, $\text{Pr}[-1.96\sigma \leq X - \mu \leq +1.96\sigma] = 0.95$ e

$$Y = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim \text{Gaus}(0,1).$$

A Y diz-se normalizada e os alunos conhecem as vantagens da normalização de Y gaussianas. A distribuição $\text{Gaus}(0,1)$ é conhecida como distribuição normal padrão (*standard normal distribution*).

No domínio da simulação, pode recorrer-se à distribuição gaussiana sempre que o tempo associado a uma actividade oscile em torno de um valor fixo, com baixa variabilidade. Essa variabilidade deve traduzir-se no valor do respectivo desvio-padrão. Vamos supor que cozer um bolo demora 25 minutos. Mas às vezes o bolo está pronto em 23 minutos e outras vezes em 27. Neste caso, poder-se-ia modelar o tempo de cozedura através de uma distribuição gaussiana com média 25 e desvio-padrão 1. Em 95% dos casos, o tempo de cozedura oscilaria no intervalo [23, 27]. Contudo, e mesmo com probabilidade baixa, existe a possibilidade de ocorrerem tempos negativos ou excessivamente elevados, porque a distribuição gaussiana tem como suporte o conjunto dos reais. Para evitar situações dessa natureza, o SIMUL8 permite limitar (*bound*) o suporte das distribuições usadas, com a fixação dos limites inferior e superior. A Figura 11 mostra como se poderia definir a distribuição indicada atrás, onde se fixa os limites de 20 e 35 minutos, como o mínimo e o máximo para o tempo de cozedura. Se ocorrem valores fora desta gama, é feita uma nova amostragem (*ReSample*). Esta distribuição "truncada" foi baptizada *GaussianaLimitada*. Recorde-se que existe o conceito de distribuição truncada e é diferente do que se está a sugerir aqui. Se se tratasse de uma distribuição truncada, na verdadeira acepção do termo, teríamos $\Pr[20 \leq x \leq 35] = 1$, o que não é o caso.

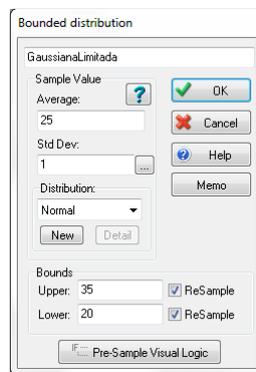


Figura 11: Fixação de limites inferior e superior para a distribuição $\text{Gaus}(25,1)$.

7. *Distribuição Triangular*: Diz-se que a va X segue uma distribuição triangular com parâmetros a , b e c , e escreve-se $X \sim \text{Tri}(a, b, c)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x \leq c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, & c \leq x \leq b \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

em que $a \leq c \leq b$. A moda da distribuição ocorre no ponto $x=c$, e os pontos a e b são, respectivamente, o limite inferior e o limite superior do suporte da distribuição. O valor médio e a variância desta distribuição são dados por

$$E[X] = \frac{a+b+c}{3} \text{ e } \text{Var}[X] = \frac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18}.$$

Na Figura 12 apresentam-se gráficos da fdp e da fd de uma distribuição triangular.

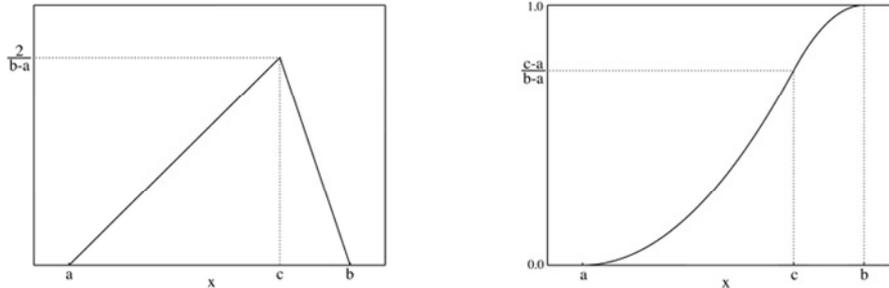


Figura 12: fdp e fd da distribuição triangular (Fonte: Wikipedia).

Esta distribuição é bastante usada em simulação. Quando não se conhece os possíveis resultados de uma experiência, é natural recorrer a uma distribuição uniforme, para traduzir indiferença ou ignorância. Em termos informais, diríamos que qualquer evento poderá ocorrer com a mesma probabilidade. No entanto, se se conhecer o resultado mais verossímil, recorre-se à distribuição triangular para modelar a va em estudo. Para caracterizar esta distribuição, prefere-se frequentemente a moda à média, cuja "altura" é igual a $2/(b-a)$, como se pode ver na Figura 12.

8. *Distribuição Weibull*: Diz-se que a va X segue uma distribuição de Weibull com parâmetros k, λ e μ , e escreve-se $X \sim \text{Wei}(k, \lambda, \mu)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)^k}, & x \geq \mu \\ 0, & x < \mu \end{cases}$$

onde $k > 0$ é o parâmetro de forma, $\lambda > 0$ o parâmetro de escala e $-\infty < \mu < +\infty$ o parâmetro de localização. A respectiva fd tem a seguinte expressão analítica:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)^k}, & x \geq \mu \\ 0, & x < \mu \end{cases}$$

Na Figura 13 estão representadas a fdp e a fd da distribuição de Weibull "centrada" na origem ($\mu=0$), para diferentes valores dos parâmetros k e λ . A média e a variância desta distribuição são dadas por

$$E[X] = \mu + \lambda \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \text{ e } \text{Var}[X] = \lambda^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \right]^2 \right].$$

Notar que a variância da distribuição de Weibull não depende do parâmetro de localização. Porém, o mesmo não acontece com a média, a qual cresce com este parâmetro. A função $\Gamma(\cdot)$ é a função gama, definida atrás como preâmbulo da distribuição com o mesmo nome.

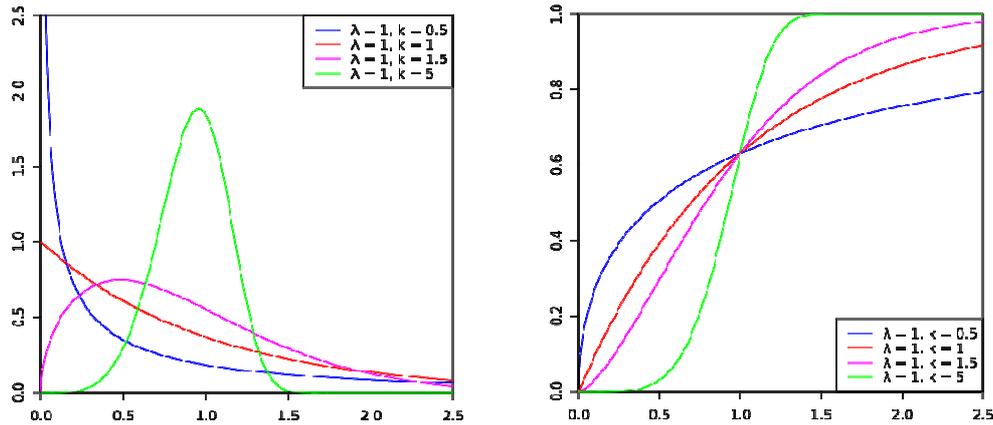


Figura 13: fdp e fd da distribuição de Weibull, com o parâmetro de localização $\mu=0$ (Fonte: Wikipedia).

A distribuição de Weibull tem imensas aplicações no domínio da engenharia, nomeadamente na análise do tempo até à ocorrência de falhas. Se a va X representar esse tempo, a distribuição de Weibull é uma distribuição para a qual a taxa de avarias (*failure rate*) é proporcional à potência do tempo. O parâmetro de forma k é essa potência acrescida de uma unidade, pelo que este parâmetro pode ser interpretado directamente como se segue (veja na expressão da fdp, o factor $(x - \mu)/\lambda$ está elevado a ou tem potência $k-1$).

Assim, se $k < 1$, a taxa de avarias vai decrescendo com o tempo. Este fenómeno ocorre em casos de avaria prematura, ou seja, as peças com defeito avariam depressa e as outras tendem a durar mais tempo, porque as defeituosas são eliminadas da população. O valor $k=1$ indica que a taxa de avarias é constante ao longo do tempo (veja que neste caso estaríamos em presença de uma distribuição exponencial). Pode ser útil ainda pensar que avarias a taxas fixas correspondem a falhas ou mortalidades provocadas por acontecimentos aleatórios externos aos sistemas em estudo. Quando $k > 1$, a taxa de avarias cresce com o tempo. Esta situação pode associar-se à mortalidade decorrente do envelhecimento. Vem a propósito referir que quando $k=2$, a distribuição de Weibull recebe o nome particular de distribuição de Rayleigh.

Resta acrescentar que a distribuição de Weibull é usada em inúmeros problemas da vida real e justificaria por si só um guia de utilização próprio. Os alunos beneficiar-se-iam em dedicar algum tempo adicional ao estudo desta distribuição, e suas aplicações.

9. *Distribuição Log-normal*: Na teoria das probabilidades, a distribuição log-normal é a fdp de uma variável aleatória cujo logaritmo segue uma distribuição normal. Ou seja, se Z_1 segue uma distribuição normal, $Z_2 = \ln(Z_1)$ segue uma distribuição log-normal (nota: pode também escrever-se $Z_1 = \exp(Z_2)$).

Formalmente, diz-se que a va X segue uma distribuição log-normal com parâmetros μ e σ , e escreve-se $X \sim \text{LogN}(\mu, \sigma)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{\log(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

onde μ é um parâmetro real e $\sigma > 0$. A sua representação gráfica, para $\mu=0$ e diferentes valores de σ , encontra-se na Figura 14.

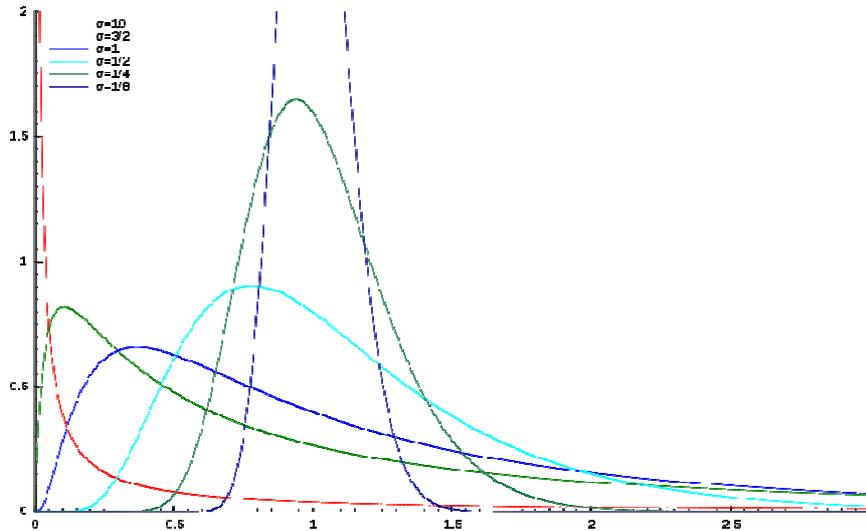


Figura 14: fdp da distribuição log-normal (Fonte: Wikipedia).

A média e a variância de uma va log-normal são dadas por

$$E[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad \text{e} \quad \text{Var}[X] = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1).$$

Ao contrário do que pode parecer, μ e σ^2 não são a média e a variância da distribuição em estudo. Se designarmos $\mu_L = E[X]$ e $\sigma_L^2 = \text{Var}[X]$, os parâmetros da distribuição relacionam-se com estes últimos através das seguintes fórmulas:

$$\mu = \ln \left(\frac{\mu_L^2}{\sqrt{\mu_L^2 + \sigma_L^2}} \right) \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \ln \left(\frac{\mu_L^2 + \sigma_L^2}{\mu_L^2} \right).$$

Uma va pode ser modelada por uma distribuição log-normal se, por hipótese, representar um produto de várias va independentes, todas elas positivas. A função logaritmo transforma o produto em somas, e a soma numa va normal (ver adiante, teorema do limite central).

10. *Distribuição Beta*: Diz-se que a va X segue uma distribuição beta, com parâmetros $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, e escreve-se $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$, se a sua fdp é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{noutros casos} \end{cases}$$

em que $B(\alpha, \beta) = \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)/\Gamma(\alpha + \beta)$, sendo $\Gamma(\cdot)$ a função gama definida anteriormente. Em regra, não é fácil escrever a expressão analítica da respectiva fd de uma forma simples. Na Figura 15 representam-se a fdp e fd da distribuição beta para alguns valores de α e β . Nesta

figura torna-se (ainda mais) claro que a distribuição tem como suporte o intervalo unitário (0,1) e a sua extrema flexibilidade. Se numa aplicação se desejar a sua extensão ao intervalo (a,b), com a<b, pode criar-se uma nova variável,

$$Y = a + (b - a)X,$$

em que $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$. A média e a variância desta nova variável são dadas por

$$E[Y] = a + (b - a) \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) \text{ e } \text{Var}[Y] = (b - a)^2 \left(\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \right).$$

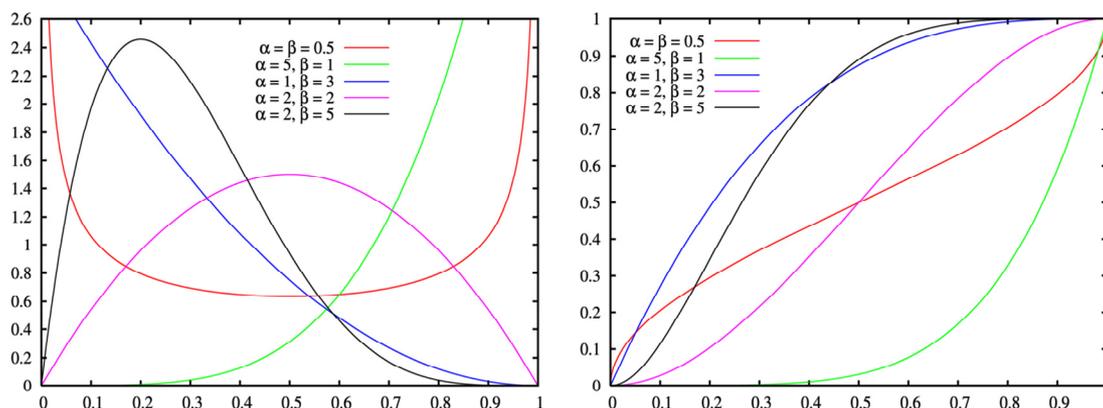


Figura 15: fdp e fd da distribuição beta, para diferentes valores de α e β (Fonte: Wikipedia).

A distribuição beta tem sido usada em inúmeros problemas da vida e, tal como a distribuição de Weibull, justificaria um tratamento diferenciado. É conhecida, por exemplo, a sua utilização na estatística bayesina para definir distribuições *a priori*. Um exemplo clássico da sua aplicação é a regra de sucessões de Laplace: dados s sucessos em n tentativas de Bernoulli condicionalmente independentes, e com probabilidade de sucesso igual a p , esta probabilidade pode ser estimada como

$$\tilde{p} = \frac{s+1}{n+2}.$$

Esta estimativa é igual ao valor médio da distribuição *a posteriori* de p , quando se assume para este parâmetro uma distribuição *a priori* uniforme, isto é, $p \sim \text{Uni}(0,1)$.

2.2 Inferência Estatística

Inferir quer dizer "tirar como consequência". Em estatística, fazer inferência significa deduzir sobre as características (parâmetros) de uma população (va) através de uma parte ou amostra (realizações) dessa população. Neste contexto, interessa-nos estudar a vertente paramétrica da Estatística, que implica o conhecimento prévio da distribuição da va em jogo, a menos de um conjunto de parâmetros.

Quando se escreve $X \sim F(x|\theta)$, conhece-se *a priori* a família de distribuições ϕ_θ à qual $F(x|\theta)$ pertence. O objectivo inferencial passa então por fixar, através da amostra observada, um membro de ϕ_θ que descreva plausivelmente X . Como regra, vamos também admitir que existe a fdp $f(x|\theta) = F'(x|\theta)$, nas mesmas condições, ou seja, com apenas θ desconhecido.

A θ designa-se parâmetro, o qual pode ser escalar ou vectorial. O conjunto dos valores que θ pode assumir designa-se espaço paramétrico. Podemos então dizer que o objectivo inferencial passa por fixar um elemento do espaço paramétrico. Neste enquadramento, colocam-se três perspectivas diferentes: a estimação pontual, a estimação intervalar e os testes de hipóteses.

Por exemplo, se for $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$, $f(x|\theta) \equiv f(x|\mu, \sigma)$ seria a fdp gaussiana e $\theta = (\mu, \sigma)$ o vector de parâmetros, e o espaço paramétrico seria

$$\Lambda_\theta = \{ \theta = (\mu, \sigma) : -\infty < \mu < \infty \text{ e } \sigma > 0 \}.$$

Neste caso, estaríamos interessados em conhecer (fixar) os parâmetros μ e σ .

Quando existe mais do que um parâmetro, pode acontecer que apenas uma parte seja desconhecida. Se assim for, acrescenta-se o índice 0 aos parâmetros conhecidos para sinalizar esse conhecimento.

2.2.1 Estimação pontual e estimação intervalar

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n n realizações abstractas ou observações da va $X \sim f(x|\theta)$, a população. Sendo cada X_i uma realização abstracta, podemos afirmar que X_i será também uma va com a mesma distribuição que a de X , ou seja, $X_i \sim f(x|\theta)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

A X_1, X_2, \dots, X_n é costume chamar amostra de X , de dimensão n . Ao conjunto dos valores que estas va podem assumir designa-se espaço amostral, e que representaremos por Ω . Se, adicionalmente, as va forem independentes, estaremos em presença de uma amostra aleatória de X . Como X_1, X_2, \dots, X_n partilham a mesma distribuição, $X_i \sim f(x|\theta)$, e sendo va independentes, costumam referir-se com va independentes e identicamente distribuídas, abreviadamente va iid.

A aleatoriedade da amostra reflecte-se, por assim dizer, na contribuição singular de cada observação X_i , para o conhecimento de θ . Torna-se, por isso, premente procurar um instrumento analítico capaz de acumular as contribuições individuais, no sentido de melhorar o conhecimento sobre o parâmetro desconhecido θ . Nesta acepção, é legítimo esperar nesse instrumento a influência da dimensão amostral n : maior n , mais próximo θ . Falta apenas acrescentar que os dados x_1, x_2, \dots, x_n são concretizações das va X_1, X_2, \dots, X_n e, muitas vezes, são referidos como amostra observada.

A qualquer função de X_1, X_2, \dots, X_n , que não envolva parâmetros desconhecidos, dá-se o nome de estatística. E qualquer estatística cujo contradomínio é o espaço paramétrico chama-se estimador (de θ). Se $T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ for um estimador, então $T: \Omega \rightarrow \Lambda_\theta$.

É muito comum usar a abreviação $T(X)$ para $T(X_1, X_2, \dots, X_n)$, e designar a sua distribuição por distribuição amostral de $T(X)$. Se $T(X)$ é um estimador pontual ou simplesmente estimador de θ , à concretização $T(x) = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ chama-se estimativa de θ . Ou seja, o estimador é uma va; a estimativa é uma concretização do estimador. Repare-se que, na prática, dificilmente a estimativa de θ será igual a esta quantidade e, mesmo sendo, não há, regra geral, forma de o saber. Por isso, é mais útil obter um intervalo que, com algum grau de verosimilhança, contenha o seu verdadeiro valor.

Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de $X \sim f(x|\theta)$ e $l(X)$ e $u(X)$ duas estatísticas, tais que $\Pr[l(X) \leq \theta \leq u(X)] = 1 - \alpha, \alpha \in [0,1]$. Nestas condições, designamos o intervalo aleatório $[l(X), u(X)]$ estimador intervalar de θ . Dada a concretização x , o intervalo $[l(x), u(x)]$ chama-se intervalo de confiança a $(1-\alpha) \times 100\%$ para θ ; o valor $(1-\alpha)$ é o coeficiente ou grau de confiança do intervalo.

Vale a pena ter em conta duas propriedades de estimadores de parâmetros desconhecidos. Sendo $T(X)$ é estimador de θ , é desejável que o valor esperado deste estimador seja igual ao próprio parâmetro, isto é, $E[X] = \theta$. Quando esta condição se verifica, $T(X)$ diz-se estimador centrado de θ . Caso contrário, $T(X)$ diz-se estimador enviesado de θ . À quantidade $B(\theta) = E[T(X)] - \theta$ chama-se viés (*bias*) do estimador. De entre os estimadores centrados, deve escolher-se o que tem variância mais baixa (porquê?).

Por outro lado, é natural esperar que, de alguma forma, o aumento da dimensão amostral conduza cada vez mais ao verdadeiro valor θ . Formalmente, pretende-se que $T(X) \rightarrow \theta$, quando $n \rightarrow +\infty$. O estimador gozando desta propriedade diz-se consistente. Para vincular a dependência de $T(X)$ relativamente a n , é frequente escrever $T_n(X)$. A consistência deve ser entendida como prémio de esforço: quanto mais observações mais perto se está do que é desconhecido.

Se X é uma população com valor médio μ e desvio-padrão σ e X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de X , a estatística

$$T(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

tem média μ e desvio-padrão (σ/\sqrt{n}) . A estatística $T(X)$, conhecida como média amostral e representada habitualmente por \bar{X} , é então um estimador centrado de μ .

Nas condições indicadas anteriormente, a estatística

$$T(X) = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

é um estimador centrado de σ^2 . Adicionalmente, se $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$,

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-1)}^2$$

em que $\chi_{(n-1)}^2$ é a distribuição de qui-quadrado com $(n-1)$ graus de liberdade.

Dos aspectos considerados relevantes no domínio da estimação, falta apenas fazer uma referência ao conceito de variável fulcral. Para fazer inferência estatística sobre um certo parâmetro populacional, seja θ , seria bastante útil municiarmo-nos de funções simultaneamente de X_1, X_2, \dots, X_n , e de θ , e cujas distribuições não dependessem deste parâmetro. Em rigor, essas funções, ditas variáveis fulcrais, não seriam estimadores por causa da sua dependência face ao parâmetro desconhecido. Mas a sua utilidade é inquestionável. Vejamos alguns exemplos de variáveis fulcrais.

Sejam X_1, X_2, \dots, X_n va iid com $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma)$. Nestas condições:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \text{Gaus}(0,1); \quad \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}; \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2,$$

em que t_{n-1} é a distribuição t-Student com $(n-1)$ graus de liberdade.

2.2.2 Teste de Hipóteses

Muitas vezes não estamos interessados em obter estimativas, pontuais ou intervalares, de parâmetros populacionais mas sim perceber, com base numa amostra observada, se esses parâmetros podem tomar certos valores. Por exemplo, se $\mu=3$, ou seja, se a hipótese de considerar a média igual a três é plausível. Uma hipótese estatística é uma proposição sobre os parâmetros de uma distribuição de probabilidade. Por exemplo, se $X \sim \text{Gaus}(\mu, \sigma_0)$, podemos querer testar, com base numa amostra da população X , a hipótese

$$H_0: \mu = \mu_0,$$

designada hipótese nula, contra a hipótese dita alternativa

$$H_A: \mu \neq \mu_0.$$

Veja-se que, neste caso, a hipótese alternativa seria verdadeira sendo $\mu > \mu_0$ ou $\mu < \mu_0$. Diz-se por isso que a hipótese alternativa é bilateral. Se alterássemos esta hipótese para $\mu > \mu_0$ (ou $\mu < \mu_0$), estaríamos em presença de uma hipótese alternativa unilateral à direita (ou à esquerda).

Para testar uma hipótese, é necessário definir uma regra que, em presença de uma amostra aleatória, nos permita tomar decisões sobre a sua rejeição ou não. Para tal, usa-se uma estatística de teste, válida habitualmente sob a verificação da hipótese nula, que nos permita tomar tal decisão.

Com o teste de hipóteses, podem ocorrer dois tipos de erros: erro do tipo I, quando se rejeita a hipótese nula, sendo verdadeira; erro do tipo II, quando não se rejeita essa hipótese, sendo ela falsa. As probabilidades desses erros são conhecidas assim:

$$\alpha = \Pr[\text{erro do tipo I}] = \Pr[\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira}]$$

$$\beta = \Pr[\text{erro do tipo II}] = \Pr[\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa}].$$

Na sequência destas definições, chama-se potência do teste à quantidade

$$1 - \beta = \Pr[\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa}],$$

ou seja, à probabilidade de tomar uma decisão correcta.

O mais vulgar é definir previamente a probabilidade do erro do tipo I, α , ou, equivalentemente, o nível de significância $\alpha \times 100\%$ (e.g. $\alpha=0.05$) do teste e configurar o teste de modo a minimizar β . Alternativamente, pode indicar-se a probabilidade de significância (*p-value*) do teste, que se define como o valor mais baixo de α que conduziria à rejeição da hipótese nula. O *p-value* pode também ser encarado como medida ou peso da

evidência, a favor da hipótese nula. Quando esta hipótese é rejeitada, é costume dizer que os dados são significativos (a um nível de significância de $\alpha \times 100\%$).

Vamos fazer, a título de revisão, um exercício de aplicação desta matéria. Seja x_1, x_2, \dots, x_9 uma amostra (observada) da população $X \sim \text{Gaus}(\mu, 1)$. Pretende-se testar a hipótese $H_0: \mu=2$ contra a alternativa $H_A: \mu \neq 2$. a) Diga em que casos, $\bar{x} = 2.88; 1.73; 0.40$, rejeitaria H_0 , a um nível de significância de 5%; b) Calcule o *p-value* associado a cada um dos valores indicados de \bar{x} .

a) Repare que se trata de um teste bilateral. Para resolver este problema, vamos tomar como estatística de teste a média amostral

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

(Nota: pode-se mostrar que, de entre os estimadores centrados de μ , \bar{X} tem variância mais baixa). Sabemos que a distribuição amostral de \bar{X} é: $\bar{X} \sim \text{Gaus}(\mu, 1/3)$ (justifique o $(1/3)$). Assim sendo, $\frac{\bar{x}-\mu}{1/3} \sim \text{Gaus}(0,1)$ que, sob hipótese nula ($\mu=2$), será, $\frac{\bar{x}-2}{1/3} \sim \text{Gaus}(0,1)$, pelo que

$$\Pr \left[-1.96 \leq \frac{\bar{x}-2}{1/3} \leq 1.96 \right] \equiv \Pr \left[2 - 1.96 \times 1/3 \leq \bar{x} \leq 2 + 1.96 \times 1/3 \right] = (1 - \alpha) = 0.95.$$

Portanto, se a média observada \bar{x} estiver no intervalo

$$[-1.96 \times 1/3 + 2, 1.96 \times 1/3 + 2] = [1.35, 2.65],$$

não encontramos razões, quer dizer, evidência empírica, para rejeitar a hipótese $\mu=2$; caso contrário, rejeitamo-la. Sendo assim, não rejeitamos H_0 para o caso $\bar{x} = 1.73$, e rejeitamos para os restantes dois casos. Confira que $p\text{-value}(2.88) = 0.0083$; $p\text{-value}(1.73) = 0.428$ e $p\text{-value}(0.40) = 1.58 \times 10^{-6}$, e observe que em apenas um caso esse valor é superior ao nível de significância estabelecido 5%, justamente aquele para o qual H_0 não foi rejeitada.

2.3 Teorema do Limite Central

Em termos gerais, o resultado subjacente ao teorema do limite central é que a média de uma amostra de observações segue, sob certas condições, uma distribuição normal. Existem, na teoria, diversas versões deste teorema que diferem na forma como essas condições são especificadas. Neste contexto vamos adoptar a seguinte formulação (Arsham, referência [1]):

Teorema do limite central: Sejam X_1, X_2, \dots, X_n va independentes e idênticamente distribuídas, com média $E[X_i] = \mu$ e variância finita $\text{Var}[X_i] = \sigma^2$, ($i=1,2,\dots,n$), e seja $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ a sua soma. Nestas condições, quando $n \rightarrow +\infty$

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \rightarrow Z \sim \text{Gaus}(0,1),$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{S_n/n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightarrow Z \sim \text{Gaus}(0,1).$$

Leia este teorema assim: se uma amostra aleatória de dimensão n , suficientemente elevada (e.g. $n > 30$), provem de uma população infinita com desvio-padrão finito, a sua média padronizada converge para uma distribuição normal padrão, isto é, $\text{Gaus}(0,1)$. Equivalentemente, nas condições indicadas, a média amostral, que é uma va, aproxima-se de uma distribuição normal com média igual à média da população e o desvio-padrão igual ao desvio-padrão da população dividido por n .

Portanto, a va S_n/n , que se designa por média amostral e se representa por \bar{X} , como vimos atrás, conserva a média igual a μ mas a sua dispersão é reduzida para $1/\sqrt{n}$ da dispersão de qualquer va X_1, X_2, \dots ou X_n , cujo valor comum é σ . De modo que, no quadro do teorema do limite central, pode obter-se uma estimativa mais fina da média de uma va, com variância conhecida, através da média amostral, condicionando-se a acuidade dessa estimativa ao número de realizações disponíveis (notar que, quando $n \rightarrow \infty$, $\sigma/\sqrt{n} \rightarrow 0$, pelo que, no limite, a S_n/n tende a concentrar-se, com probabilidade 1, em μ).

A dimensão da amostra necessária para usar como aproximação da média amostral uma distribuição gaussiana depende em larga medida da forma da distribuição parente. A simetria, por exemplo, é particularmente importante. Para uma distribuição parente simétrica, ainda que muito diferente da normal, uma aproximação adequada pode conseguir-se com amostras de dimensão relativamente baixas (e.g. 10 ou 12 para a distribuição uniforme). Em casos extremos (e.g. binomial) podem ser necessárias amostras com dimensão superior à de referência, 30. Para distribuições parentes que não possuem o primeiro e o segundo momentos (e.g. Cauchy) o teorema do limite central não se aplica (Arsham, referência [1]). Vejamos agora como se usa este teorema e de como na prática se tira o seu maior partido.

Vamos supor que $X \sim \text{Dist}(\mu, \sigma_0)$ em que $\text{Dist}()$ é uma distribuição qualquer, com média μ e desvio-padrão σ_0 , e que esta quantidade é conhecida. Seja então X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória de X . Recorde que, para aplicar o teorema do limite central, não é necessário que X siga uma distribuição gaussiana. Basta que a sua distribuição verifique certas condições como, por exemplo, possuir os dois primeiros momentos finitos. Confirme isso lendo de novo o teorema. Leia-o agora com mais cuidado. Contudo, a distribuição assintótica da média amostral é gaussiana, desde que se verifiquem as condições do teorema. Assintótica quer dizer quando a dimensão tende para infinito. Acontece que, se a va original, digamos assim, for ela mesma gaussiana, a distribuição da média amostral é exactamente gaussiana, independentemente da dimensão amostral. Será então,

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightarrow \text{Gaus}(0,1), \quad n \rightarrow +\infty,$$

se X não for uma va gaussiana, e

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \text{Gaus}(0,1),$$

caso seja gaussiana.

Na prática, dá-se muitas vezes o caso de a variância não ser conhecida. Usa-se então uma estimativa desta grandeza, e a distribuição assintótica da média aproxima-se a uma t-Student com $(n-1)$ graus de liberdade,

$$\frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \text{ (aproximadamente),}$$

sendo a distribuição exacta, caso se trate de uma va gaussiana. A quantidade S que figura no denominador é o estimador habitual do desvio-padrão. Para $n \geq 30$, pode usar-se a distribuição normal como aproximação a t-Student.

Para se ter uma noção da incerteza sobre μ , podemos calcular um intervalo de confiança para esta quantidade. Se for $t_{(1-\alpha/2),(n-1)}$ o quantil de $(1 - \frac{\alpha}{2}) \times 100\%$ da distribuição t-Student com $(n-1)$ graus de liberdade (gl), um intervalo de confiança a $(1 - \alpha) \times 100\%$ para o verdadeiro valor de μ seria

$$\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} \times t_{(1-\alpha/2)(n-1)} < \mu < \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} \times t_{(1-\alpha/2)(n-1)},$$

onde \bar{x} é a média amostral observada. Caso o valor de n exceda 30, e se α for igual a 0.05, como habitualmente, pode substituir-se nesta expressão $t_{(1-\alpha/2),(n-1)}$ por 1.96. No entanto, se o aluno tiver disponível uma folha de cálculo poderá encontrar um valor mais aproximado. Por exemplo, no Excel pode usar a função `tinvt(1-prob, gl)`.

Suponhamos agora que temos uma amostra de médias amostrais, $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_M$, obtidas a partir de diversas amostras de X . Dito por outros termos, e se designarmos cada amostra da va X por *run*, temos um *trial* com M *runs* de X . Para valores suficientemente elevados de M e n , e supondo verificadas certas condições, poderemos assumir que a distribuição que descreve o comportamento de $\bar{\bar{X}}$, que se designa média das médias ou média global, como sendo gaussiana. Como esta va partilha com X a sua média, seguem-se inferências sobre a média da população. Uma nota importante: na prática tem-se regra geral $n \gg M$.

O aluno poderá informalmente pensar que um *trial* é uma amostra grande partida aos bocados não necessariamente iguais, de que resultam várias amostras mais pequenas. Adiante falaremos das vantagens de utilizar *trials* em experiências de simulação.

Vamos então a uma exemplificação. Na Tabela 3 encontram-se 5 *runs*, com dimensão igual a 12 cada, de uma distribuição $\text{Uni}(0,1)$, obtidos através do SPSSTM V17.0. Portanto, conhecemos *a priori* a média e a variância da distribuição parente, o que não acontece, pelo menos para um destes parâmetros, numa situação real. Vamos então avaliar a potencialidade do teorema do limite central na "advinhação" da média da distribuição parente que, no caso, sabemos ser igual a 0.5.

A média global calcula-se através da fórmula:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{X}_i,$$

onde $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$ e, no caso, $n=12$ e $M=5$ runs, como dissemos atrás. Efectuando os cálculos, obtemos $\bar{x} = 0.45$. Caso os diversos runs não tivessem a mesma dimensão, deveríamos usar a fórmula geral do cálculo da média global

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^M n_i \times \bar{X}_i}{N},$$

em que N é a dimensão da amostra global, ou seja, a soma

$$N = \sum_{i=1}^M n_i$$

e n_i é a dimensão do run i ($i=1,2,\dots,M$). No problema em estudo, $n_i=n=12$ e, conseqüentemente, $N=60$.

Tabela 3: Números aleatórios Uni(0,1).

Observação	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5
1	0.62	0.61	0.87	0.77	0.33
2	0.15	0.95	0.35	0.13	0.62
3	0.72	0.24	0.50	0.56	0.64
4	0.93	0.34	0.70	0.98	0.75
5	0.58	0.05	0.21	0.33	0.20
6	0.26	0.74	0.77	0.54	0.14
7	0.72	0.12	0.07	0.51	0.45
8	0.04	0.06	0.53	0.28	0.37
9	0.10	0.19	0.66	0.35	0.49
10	0.73	0.10	0.94	0.92	0.10
11	0.23	0.68	0.32	0.41	0.73
12	0.22	0.69	0.52	0.10	0.04
Média ($\hat{\mu}$)	0.44	0.40	0.54	0.49	0.40
Desvio-Padrão ($\hat{\sigma}$)	0.30	0.32	0.27	0.29	0.25

A questão mais difícil de resolver é o valor a colocar no lugar de S . Como as amostras provêm de uma população comum, no caso Uni(0,1), podemos calcular esta quantidade ponderando (*pooled*), pela dimensão, as variâncias amostrais devidas a cada run e extraindo a respectiva raiz quadrada positiva. A fórmula de cálculo é:

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^M (n_i - 1) \times s_i^2}{N - M},$$

em que s_i^2 é o quadrado do desvio-padrão associado ao run i . O valor que nos interessa é $S_p = +\sqrt{S_p^2}$. O número de graus de liberdade da distribuição t-Student é então $N - M$. Teremos, assim

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S_p \times \sqrt{\sum_{i=1}^M \frac{1}{n_i}}} \sim t_{N-M} \text{ (aproximadamente),}$$

Efectuando os cálculos, obtemos $s_p = 0.17$ e $N - M = 60 - 5 = 55$. O quantil de 97.5% da distribuição t-Student com 55 graus de liberdade é igual a 2.3, pelo que um intervalo de confiança a 95% para a verdadeira média da distribuição é]0.2, 0.7[. Com valores maiores de n e M obteríamos seguramente um intervalo com menor amplitude.

Vamos então à questão central: qual a vantagem de um *trial* relativamente a uma amostra única de dimensão elevada? Para responder a esta questão é necessário ter alguma noção sobre a forma como são gerados os números aleatórios.

Em traços gerais, define-se uma regra para gerar números com a distribuição pretendida, e que se desencadeiam a partir de um número inicial a que se designa *seed* (semente). É habitual gerar números com distribuição uniforme e operar seguidamente uma transformação adequada. Ora, conhecendo a regra e o *seed* é possível construir a sequência de números a serem gerados. Dito isto, estes números não podem ser considerados aleatórios, na medida em que não dependem do acaso. Daí designarem-se pseudo-aleatórios.

Se modificarmos o *seed*, e mantivermos a regra, obtemos uma sequência diferente da anterior, sem contudo alterar a sua distribuição. Conseguimos então "dizer" o mesmo de maneiras diferentes, ou seja, aumentamos a variabilidade e, com isso, atenuamos a limitação intrínseca de estarmos a trabalhar com amostras de dimensão finita. Sujeitar sistemas a mais variabilidade ajuda a melhorar a sua análise e, conseqüentemente, o seu desempenho.

Na prática, pode ser aconselhável ignorar os primeiros números gerados, e considerar a sequência a partir de certa ordem. Trata-se de uma etapa de aquecimento, até o gerador entrar, por assim dizer, em velocidade cruzeiro. No contexto da simulação vamos encontrar o conceito de *warm-up period*.

Os alunos interessados em saber como se pode definir uma regra para gerar números aleatórios poderão começar por consultar a Wikipedia, através do *link*:

http://en.wikipedia.org/wiki/Random_number_generation

Resta acrescentar que, ao contrário do que fizemos no exemplo anterior, o SIMUL8 altera automaticamente o *seed* em cada *run* do *trial*. Teremos oportunidade de explorar exaustivamente esta funcionalidade da aplicação computacional.

3 Introdução ao Software SIMUL8

3.1 Aspectos Gerais

No SIMUL8, os modelos de simulação são desenhados directamente sobre o ecrã. O utilizador coloca no ecrã os elementos constituintes do seu modelo, clicando sobre os ícones correspondentes e arrastando-os para locais de sua conveniência. A ligação entre os diversos elementos estabelece-se por meio de setas.

A cada elemento podem associar-se detalhes (ou atributos) de acordo com a sua especificidade. Para inspecionar os detalhes basta clicar sobre o elemento. Essa operação permite adicionalmente verificar o desempenho do mesmo na sequência de uma realização do processo de simulação, quer dizer, depois de se executar uma simulação.

Os elementos podem ser primitivos, isto é, tal como disponibilizados pelo SIMUL8, ou podem ser agregados em subsistemas. Esta possibilidade permite ao utilizador agregar num único ícone uma parte do sistema em estudo, do qual dispensa detalhes. Quando esta funcionalidade é usada, o subsistema é visualizado no ecrã como se de um elemento primitivo tratasse. Veja-se a sua utilidade na análise de sistemas modulares quando, por exemplo, se quer estudar a relação entre os diversos módulos. A informação visível é o do funcionamento global e não a das particularidades de cada um. Não obstante a sua invisibilidade, essas particularidades continuam disponíveis ao utilizador.

Todos os elementos podem ter designações personalizadas (e.g. Bomba de Gasolina). Sempre que haja elementos repetidos no modelo, o utilizador não necessita de os especificar individualmente. Basta configurar o primeiro e repeti-lo com o comando **Copy/Paste** as vezes que entender. Pode ainda personalizar o nome das distribuições de probabilidades afectas aos elementos (e.g. TempoDeAbastecimento em vez de Normal).

3.2 Conceitos Básicos

O SIMUL8 tem essencialmente dois elementos básicos: os objectos (*objects*) e as entidades activas (*work items*). Neste *software*, um modelo de simulação não é mais do que uma configuração de uma estrutura de objectos. Os *work items* circulam pela estrutura (no caso, sistema simulado) e constituem a sua razão de ser.

O SIMUL8 contém os seguintes objectos, que podem ser utilizados no desenho dos modelos de simulação (ver Figura 16):

- *Work Centers*: locais onde se efectuam operações. Pode traduzir-se como estações de trabalho ou, se se quiser, centros de operações (e.g. o terminal de carga de contentores é um centro de operações, uma entidade passiva, ao serviço de camiões de carga, entidades activas ou *work items*);
- *Storage Bin* ou *Queues*: locais onde se armazenam *work items* enquanto aguardam. Podem ser armazéns de mercadorias ou filas de espera;
- *Work Entry Points*: locais que disponibilizam os *work items*;

- *Work Exit Point*: locais para onde se destinam os *work items* findo o processo de transformação (e.g. auto-estrada, quando se termina o abastecimento numa estação de serviço);
- *Resources*: são recursos utilizados na laboração (e.g. pessoas, máquinas, ferramentas);
- *Plug-Ins*: objectos pré-definidos pelo SIMUL8 e que se constituem elementos prontos a usar;
- *Componentes Particulares*: objectos criados pelo utilizador servindo propósitos gerais ou particulares.

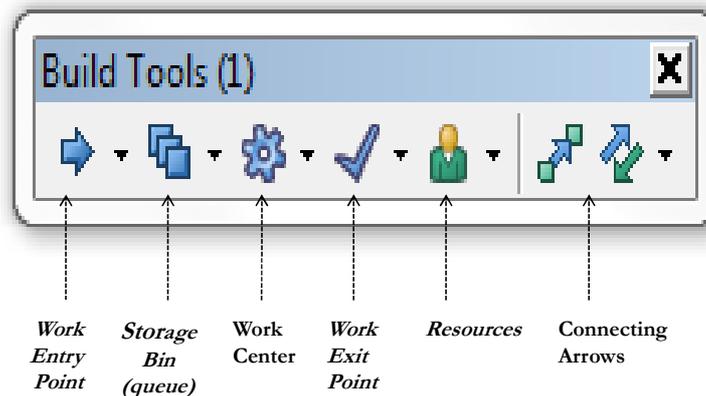


Figura 16: Objectos do SIMUL8 e as setas de ligação.

Vamos detalhar um pouco o conceito de *work item* e dos cinco objectos do SIMUL8 indicados na Figura 16.

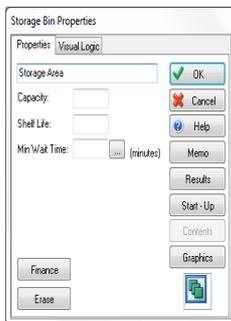
Work Item: A cada *work item* está associado um conjunto de atributos que podem assumir valores distintos, consoante o seu estado no sistema (e.g. "carro em fila de espera", "carro em abastecimento"). Por omissão (*by default*), o SIMUL8 tem sempre presente um tipo de *work item*. O utilizador pode, no entanto, definir qualquer número de tipos de *work items* (e.g. boneca, embalagem, fita adesiva), mas isso não implica que os *work items* de um mesmo tipo estejam necessariamente no mesmo estado. Veja-se o exemplo do *work item* automóvel numa estação de serviço.



Work Centers: O *work center* é o local onde se processam transformações sobre os *work items*. São centros de operações (e.g. bomba de gasolina, cais de embarque de contentores, atendimentos nas Lojas do Cidadão). De uma forma geral, para realizar tarefas que lhes estão atribuídas, estes centros consomem tempo, cuja distribuição deve ser programada, e eventualmente recursos. A transformação operada sobre *work items* corresponde em regra à actualização dos seus atributos. Finda a tarefa, os *work items* prosseguem o seu caminho para um outro objecto (que pode ser *work center*), em conformidade com os roteiros definidos.

Para inserir um *work center* basta clicar sobre o ícone e arrastar para local apropriado. Para inspeccionar ou modificar os seus parâmetros, clica-se sobre o objecto. Se se quiser duplicar um *work center* basta arrastá-lo para o local do destino, enquanto se pressiona a tecla CTRL. Para gerar uma entrada para um *work center*, a partir de um outro

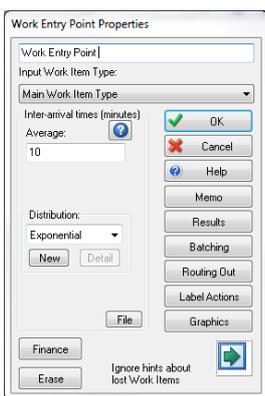
objecto, arrasta-se o rato desde esse objecto até ao *work center*, ao mesmo tempo que se mantém pressionada a tecla SHIFT. Existe ainda a possibilidade de manter documentação sobre um dado *work center*, usando a opção **Memo** da caixa de diálogo (*dialog box*). Quando são necessários recursos para operacionalizar um *work center* tecla-se na opção **Resources** e dá-se a indicação necessária. Pode ainda atribuir-se prioridade para a obtenção de recursos, caso se queira resolver problemas de concorrência (**Priority**).



Storage Bins. *Storage bin* é o local onde os *work items* aguardam atendimento. Pode designar-se igualmente *Queue* (fila) e, na prática, é uma fila de espera. A sua imagem gráfica pode ser um ícone estático ou, querendo-se, pode ser animada, funcionando como um canhão (*tank*) que "dispara" *work items* para o objecto destinatário logo que se encontre disponível. É possível extinguir um *work item* num *storage bin* (e.g. cliente que abandona um estabelecimento comercial, ao fim de dez minutos, sem ser atendido). Se for o caso, deve actualizar-se o tempo máximo de espera na opção **Shelf Life** (prazo de validade). Se se quiser forçar uma espera mínima, usa-se a opção **Min Wait Time**.

A capacidade da fila pode ser programada actuando sobre a opção **Capacity**. Quando se quer introduzir uma certa quantidade de *work items* antes do início de cada simulação, incluindo a fixação de atributos iniciais, usa-se a opção **Start-Up** e, se for o caso, a subopção **Label Actions**.

Por omissão, cada *work item* que entra num *storage bin*, é colocado no fim da fila e abandona-a quando é expedido para um outro objecto. As excepções a esta regra observam-se quando o prazo de validade termina na espera ou quando se tem definido algum mecanismo de prioridades. As prioridades podem ser definidas na respectiva caixa de diálogo, embora isso não apareça na gravura. A prioridade mínima equivale a um valor igual a zero e é tanto maior quanto maior o número. Os valores negativos são convertidos em zero.

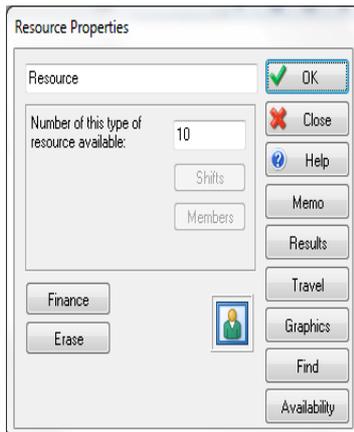


Work Entry Points. O *work entry point* é o ponto de entrada de qualquer *work item* no modelo. Pode definir-se qualquer número destes objectos, e existe a possibilidade de os parametrizar individualmente. Cada *work entry point* pode fornecer mais do que um tipo de *work items*. É, contudo, necessário ter alguns cuidados com aquele objecto. Aconselha-se a sua ligação a um *storage bin* para evitar perdas de *work items*. Ou seja, se um *work item* não for despachado para um objecto imediatamente após a sua chegada, acaba por se perder. A ligação a um *storage bin* tem como objectivo evitar perdas por esse motivo. O SIMUL8 tem uma opção de alerta (*warning*) para os *work items* perdidos, e é aconselhável mantê-la activa.

Em alguns casos, as situações de perda podem não constituir problema e serem desejáveis até. O que acontece, por exemplo, quando se quer estudar as desistências decorrentes da falta de paciência pela espera num serviço de atendimento.

A opção **Batching** permite parametrizar o número de chegadas num certo período: usa-se a opção **Inter-arrival time** para definir esse período e, em consequência disso, os *work items* do tipo indicado entrarão no modelo a uma cadência de acordo com a distribuição (**Distribution**) presumida.

Work Exit Points: O *work exit point* é o local onde termina o processo de simulação. Quando um *work item* chega a este objecto o SIMUL8 regista a informação sobre a estada do *work item* no modelo.



Resources: Os *resources* são recursos utilizados em *work centers* para a realização de certas tarefas. Os recursos podem ser disponibilizados apenas por tempos determinados (turnos ou períodos) e, se assim for, usa-se a opção **Shifts** para indicar o seu número em cada turno. Para ajustar os períodos de disponibilidade dos recursos, ou adicionar mais períodos ou ainda alterar as suas designações seleccionar **Clock/Shift Work Patterns** no menu principal.

Quando vários recursos podem executar alternativamente a mesma tarefa (**Pooled Resources**), acciona-se a directiva **Pool Resource** (não está visível na gravura) e indica-se ao SIMUL8 quais os recursos encarregues de tal tarefa. Por exemplo, se a tarefa T1 é executado por trabalhadores R1 e a tarefa T2 por trabalhadores R2, cria-se um **Pool Resource** R3 e indica-se R1 ou

R2, de modo que se algum *work center* necessitar do recurso R3 será servido por qualquer daqueles.

Para indicar que um *work center* usa recursos nas suas operações, usa-se a opção **Resources** seguida de **Add**, na caixa de diálogo daquele objecto. Se um *work center* necessitar de vários recursos, dá-se a respectiva indicação em **Properties** na caixa de diálogo que resulta da opção **Add**. Ao adicionar um recurso, pode usar-se a opção **Detail** para especificar o número mínimo de recursos necessários (**Min**). Se houver possibilidade de acelerar uma tarefa com mais recursos, dá-se essa indicação como o máximo (**Max**). O tempo realizado para a execução de uma tarefa será calculado de acordo com a fórmula:

$$t = \text{Tempo com o n}^\circ \text{ mínimo} / (\text{n}^\circ \text{ mínimo} / \text{n}^\circ \text{ de recursos disponibilizados}).$$

O utilizador tem ainda a possibilidade de converter recursos em outros recursos. Por exemplo, um cirurgião pode converter-se num cardiologista, finda a cirurgia. Os recursos são normalmente libertados pelos *work centers* no fim de cada tarefa. Quando um centro se encontra bloqueado, isto é, não lhe é possível enviar o *work item* para o objecto subsequente, o recurso é libertado antecipadamente. Esta situação pode ser inibida na caixa de diálogo do *work center* em **Resources** seguido de **Release resources as soon as task complete**.

Por omissão, os recursos devem estar disponíveis no *work center* antes de este centro começar as operações e os *work items* não seguirão para o *work center* seguinte, se este não

estiver apto a realizar a tarefa. Esta opção pode ser modificada em **Resources** seguido da desinibição **Require resources before collecting any work item**.

Um recurso pode acompanhar um *work item*, ou seja, viajar com ele. Se se quiser que tal aconteça, deve clicar-se em **Require here, but do not Release the Resource** em **Resources** e depois **Detail**.

Os recursos circulam entre *work centers* sem perdas de tempo. Esta directiva pode ser alterada quando se quer impor tempos de trânsito aos recursos. Se na caixa de diálogo dos recursos clicar sobre **Travel** obtém uma janela (Figura 17) quase auto-explicativa.

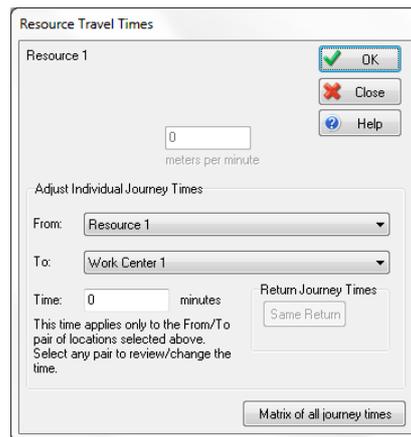


Figura 17: Parametrizações dos tempos de trânsito de recursos.

Haverá naturalmente muito mais a dizer e, seguramente, as potencialidade do SIMUL8 estão longe de se esgotarem. Cremos, no entanto, que este ponto do curso é o ideal para começarmos a trabalhar com o *software*, e explorar outras funcionalidade à medida que forem surgindo novas necessidades.

3.3 Um Exemplo Guiado

O exemplo que se segue, bem como o texto que o acompanha, e a sua própria orientação, foram retirados, quase na totalidade, de Shalliker (2009). Este texto encontra-se disponível na Internet, e os alunos beneficiar-se-iam em tê-lo como elemento de estudo. Neste guia tentou-se sobretudo valorizar o aspecto gráfico e acrescentar detalhes.

Vamos considerar um modelo genérico de simulação discreta por computador, e verificar que esse modelo serve um conjunto variado de situações da vida real. Neste contexto, e sempre que se julgar necessário, daremos, relativamente ao texto original, mais ênfase aos aspectos relacionados com a análise de resultados.

Consideremos um sistema com as seguintes características:

- Os *work items* chegam ao sistema ao ritmo de 40 por hora, i.e., em média de minuto e meio a minuto e meio;
- À chegada, os *work items* aguardam enquanto não se sujeitam a uma verificação;
- Logo que possível, passam pela verificação, onde demoram, em média, 1 minuto;
- A seguir, aguardam o processamento em um de 3 centros disponíveis (estamos a supor de momento que não há rejeições);

- O processamento leva, em média, 3 minutos;
- Fimido este, são então enviados para fora do sistema.

Dado que cada centro tem capacidade de processar, em média, 20 *work items* por hora, o sistema como um todo triplica a capacidade média de processamento, perfazendo uma média de 60 *work items* por hora. O número médio de chegadas por hora é de 40, pelo que o sistema pode dar vazão aos *work items* que forem chegando. A sua representação em termos dos elementos do SIMUL8 encontra-se na Figura 18.

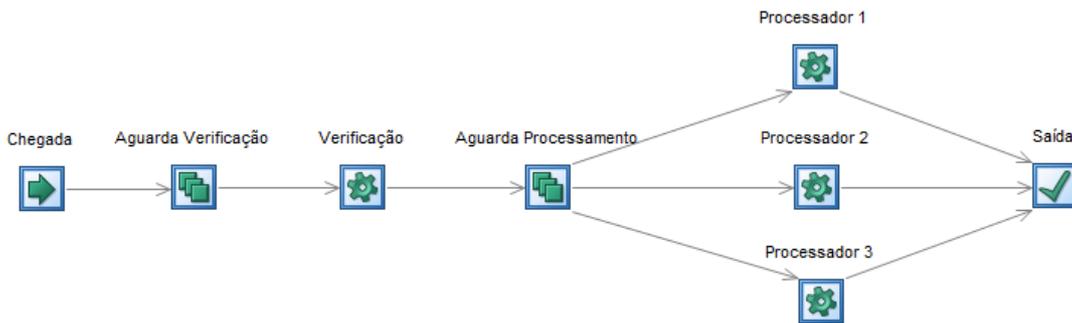


Figura 18: Representação do sistema descrito em termos do SIMUL8.

É importante acentuar que, quer a verificação quer o processamento configuram centros de operações (*work centers*). Chama-se, por isso, a atenção do aluno para as vantagens de ir pensando o seu modelo com base nos objectos do SIMUL8.

Vejamos agora como um mesmo modelo pode responder a três situações distintas.

Ambiente Industrial: As matérias-primas chegam a uma fábrica e, feita a verificação de conformidade, são encaminhadas para um armazém de onde serão transferidas para uma de três unidades de produção. A chegada das matérias-primas faz-se a um ritmo médio de 40 unidades por hora, a verificação de conformidade leva 1 minuto e cada unidade consome em média 3 minutos a ser processada. Pode então verificar-se que este sistema comporta entidades físicas e as transformação que nelas se operam têm também um carácter físico.

Serviços: Imaginemos um serviço de informações turísticas em que os turistas vão chegando a uma média de 40 por hora, aguardam em fila depois de retirar a senha da vez, o que leva aproximadamente um minuto, e serão atendidos por um de três funcionários que o serviço disponibiliza. O tempo médio de atendimento é igual a 3 minutos. Trata-se de um exemplo académico, e tem como objectivo mostrar que este serviço de atendimento comporta-se, sob o ponto de vista do modelo de simulação, como o sistema anterior. Ou seja, os três funcionários que atendem turistas são vistos como *work centers*. Pode facilitar o raciocínio pensar que cada funcionário transforma um turista não informado num turista informado.

Call Center: As chamadas para um *call center* chegam a um ritmo médio de 40 por hora, aguardam em fila ("a sua chamada encontra-se em fila de espera", quem não conhece!) pelo pré-processamento e são colocadas em espera enquanto não se disponibiliza qualquer telefonista. Fimido o atendimento, são desligadas que, no caso, quer dizer enviadas para o

objecto identificado como Saída. As chamadas são *work items* virtuais como também são virtuais as respectivas filas.

Vamos então implementar o sistema de call center referido no último exemplo. Faremos primeiro uma abordagem determinística e, a seguir, incorporaremos estocasticidade ao modelo para lhe conferir maior realismo.

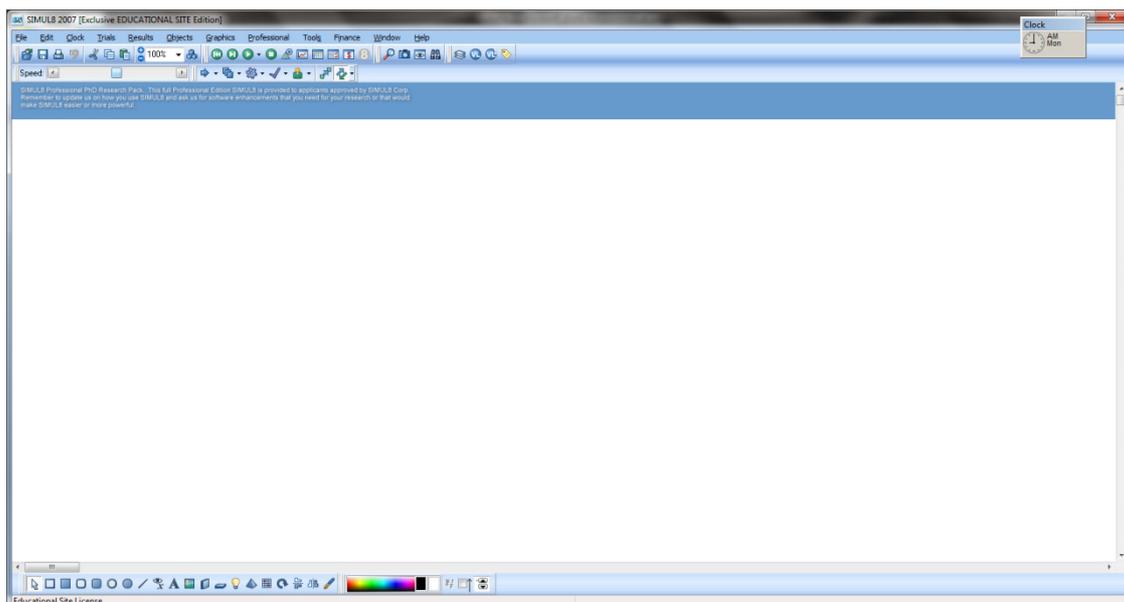
Usaremos notações muito comuns em ambiente *Windows* para referir as opções dos menus (e.g. **File/Save as..**). O símbolo □ significa aqui "execute" e refere-se a instruções a dar ao computador.

3.3.1 Iniciar o SIMUL8

Ao iniciar o SIMUL8, vai encontrar a seguinte gravura:



□ Create New Simulation.



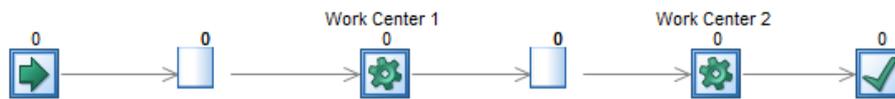
No topo encontra o menu e a barra de ferramentas e em baixo as ferramentas gráficas. Caso apareça uma janela do lado esquerdo, com o título **Finance**, faça

- Tecla direita do rato, Quick Launch, Close Quick Launch.

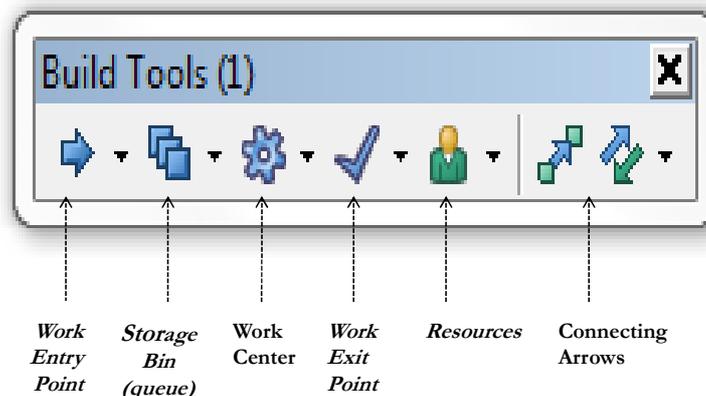
3.3.2 Modelo determinístico

3.3.2.1 Desenho e parametrização

Dado que os *work centers* processadores têm as mesmas características, vamos configurar o modelo parcial e multiplicar (quer dizer, copiar) as partes comuns.



- Crie o **Work Entry Point** e coloque-o num ponto do ecrã (basta clicar sobre o objecto)
- Adicione **Storage Bin** (nota: por omissão, a gravura que aparece na barra de ferramentas é diferente da que aparece no ecrã. Veja os segundos elementos das duas gravuras).



Se continuar a colocar consecutivamente os objectos no ecrã, o SIMUL8 estabelece automaticamente as respectivas ligações (coloca setas). Se este processo for interrompido por alguma razão qualquer, as ligações devem ser estabelecidas pelo utilizador.

- Adicione sucessivamente **Work center, Storage Bin, Work Center e Work Exit Point**;
- Estabeleça as ligações que ainda não tenham sido estabelecidas automaticamente (use o primeiro componente das **Connecting Arrows**; o outro serve para mostrar/esconder ligações);
- Faça o alinhamento das diferentes peças: **Tecla esquerda do rato** marque a região desenhada e, sobre ela, **Tecla direita do rato, Align** e, se quiser, **Space Equally**. Ficará com os elementos alinhados e, caso opte, igualmente espaçados;
- Salve o trabalho realizado: **File / Save As** e atribua um nome (escolha, por agora, Call Center 1). Nas próximas vezes, para salvar o ficheiro criado basta-lhe-á carregar no ícone da disquete (segunda barra, do lado esquerdo).

Para quebrar uma ligação errada, basta clicar na ligação e apagar com a tecla **delete**. Para efectuar uma ligação nova, clique no ícone de ligação (a primeiro dos dois referidos como

Connecting Arrows) e depois clique no elemento origem e arraste o rato até ao destino. Para desligar a função de ligação, carregue de novo no ícone.

Para definir o tipo de *work item* que circula no sistema

- Objects / Work Item Types:** escreva Chamadas no lugar de *Work Item Type*
- OK.**

Vamos agora atribuir nomes apropriados aos elementos do modelo.

Work Entry Point

- Carregue duas vezes seguidas (*double click*) sobre o **Work Entry Point**;
- Substitua o nome Work Entry Point 1 por Chegada de Chamadas (não carregue ainda na tecla Enter);
- Confirme que o **Work Item Type** (i.e. o tipo de entidade activa) é Chamadas;
- Carregue no botão **Graphics, Title** e clique em *Show Title on Simulation Window*, **OK, OK**;
- Está de novo em **Work Entry Points Properties**;
- Defina a cadência fixa de chegadas, por hora, de 1.5 em 1.5 minutos, **Distribution, Fixed** (está a usar a distribuição Fixa);
- Altere o **Fixed Value** para 1.5 (por omissão, o SIMUL8 usa o minuto como unidade de tempo, mas isso pode ser alterado);
- Clique em **First at start time** para que as chamadas sejam geradas imediatamente a seguir ao início da simulação, **OK**.
- Se quisesse usar uma imagem diferente da que aparece no terminal bastaria fazer **Graphics, Image Select** e indicar a imagem escolhida.

Parametrização do primeiro **Storage Bin** (no SIMUL8 também se usa a expressão **Storage Area**)

- Clique duas vezes sobre o objecto e entra em **Storage Bin Properties**;
- Substitua o nome Queue for Work Center 1 por Fila para o Pre Processamento;
- Mantenha **Capacity** como **Infinite** (quer dizer, pode albergar qualquer número de chamadas);
- Mantenha **Shelf Live** em **None** (quer dizer, não há prazo de validade);
- Graphics, Static Image, Count** (por omissão, está activo, confirme), **Title, Show Title on Simulation Window, OK, OK** (se notar que as designações dos diversos objectos se estão a sobrepor, afaste-os com o rato).

Definir as características do primeiro **Work Center**

- Clique duas vezes sobre **Work Center 1**;
- Em **Work Center Properties** substitua o nome Work Center 1 por Pre Processamento;
- Distribution, Fixed**;
- Fixed Value** 1 (tempo de pre-processamento igual 1 minuto exacto), **OK**.

Parametrização do segundo **Storage Area**

- Em **Storage Bin Properties** substitua Queue for Work Center 2 por Aguarda Atendimento;
- Faça o mesmo que no primeiro caso: **Static Image, Count, Title, OK**.

Definir as características do segundo **Work Center**

- Clique duas vezes sobre o objecto **Work Center 2**;
- Substitua o nome Work Center 2 por Operador 1;
- **Distribution, New**, escreva TempoAtendimento, **Next, Fixed** e **Fixed Value 3, OK**.

É importante notar que a distribuição tem apenas um nome diferente.

Vamos agora replicar o Operador 1 por duas vezes.

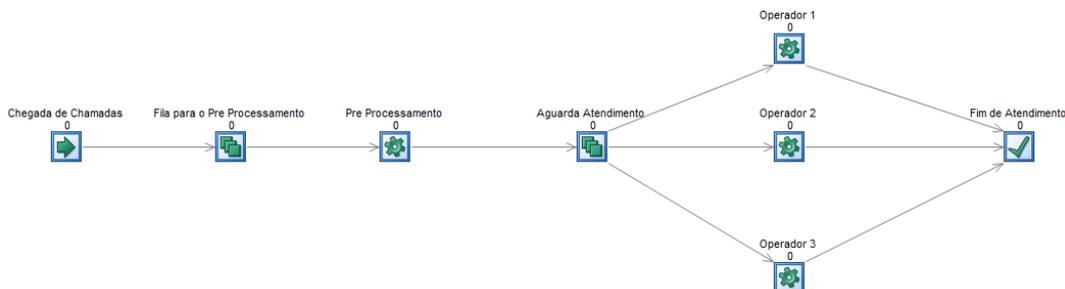
- Pressione a tecla ctrl, clique sobre o objecto e arraste-o para um local conveniente;
- Repita a operação (veja que o contador do objecto vai agora em 3, isto é, Operador 3). Mais tarde teremos oportunidade de modificar a sua distribuição indirectamente, modificando a distribuição atribuída à variável (por agora determinística) TempoAtendimento.

Falta apenas actuar sobre o objecto **Work Exit Point**

- Clique duas vezes sobre o objecto e altere o nome para Fim de Atendimento;
- **Graphics, Image+Count** (confirme esta opção), **Title, Show Object Title, OK, OK, OK**.

Salve o ficheiro que criou, ainda sob a designação Call Center 1 (carregue no símbolo da disquete).

A imagem que obtém no SIMUL8 será parecida com esta:



Não há regras para arrumar objectos no modelo. Um modelo bem concebido funciona independentemente do seu aspecto gráfico. No entanto, cuidar do aspecto gráfico pode ajudar na sua interpretação e verificação. Na imagem apresentada, e depois de se replicar o Operador 1, demarcou-se a região contendo os três operadores e, **Tecla direita do rato, Align**. O aluno familiarizado com o ambiente *Windows* não terá dificuldades em explorar esta e outras funcionalidades gráficas do SIMUL8.

3.3.2.2 Parametrizações acessórias

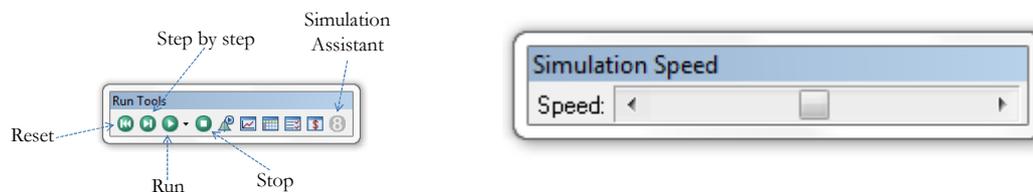
Vamos fazer mais algumas parametrizações antes de executar a simulação. Por omissão, no SIMUL8 o período de recolha da informação é de 2400 minutos, perfazendo 40 horas semanais (8 horas por dia, cinco dias úteis). Por agora vamos recolher informação correspondente a apenas 30 minutos de funcionamento.

- **Clock / Clock Properties: Minutes, Time & Day, Clock Face, Day, Day per week 5** (são valores atribuídos por omissão, confirme);
- **Running Time** manter **Start time each day** para as 9:00 e **Duration of day** para 8 horas, **OK**;
- **Clock / Results Collection Period** colocar 29.99 (29.99 minutos), **OK**.

A razão de colocar um valor ligeiramente abaixo dos 30 minutos previstos inicialmente tem como objectivo evitar um acontecimento (uma chegada) no início do minuto 31 e, portanto, fora do período de simulação. Veja que o primeiro minuto começa em zero, o segundo em 1, e assim sucessivamente. Tendo isso em mente, volte à instrução anterior e coloque 30 no lugar de 29.99. (Nota: não é um assunto com que se deve preocupar numa utilização normal do SIMUL8; é apenas uma chamada de atenção).

3.3.2.3 Execução

Execute a simulação carregando na tecla Run. Poderá alterar a velocidade de execução actuando na barra Speed.



O número que figura sobre o objecto Chegada de Chamadas representa o total de chamadas recebidas no período em análise (30 minutos). O número acima do Pre Processamento oscila entre 0 e 1, porque as chegadas se processam a um ritmo de 1.5 minutos enquanto que estada no objecto é de 1 minuto. As chamadas são encaminhadas para cada um dos 3 operadores, e o número de atendimentos será de 1 por 3 minutos em cada ciclo de 4.5 minutos. O número de chamadas em espera na fila Aguarda Atendimento é sempre nulo, porque efectivamente ninguém fica à espera. Quando se introduzir estocasticidade no modelo, esse valor sofrerá alterações. Em Fim de Atendimento pode observar-se o número de chamadas atendidas no período considerado. Note que o número de chamadas atendidas é inferior ao número de entradas, porque no período considerado ficam algumas chamadas pelo caminho.

O ícone **Simulation Assistant**, quando em rotação, indica que há alguns reparos a ter em consideração. Se clicar sobre o símbolo vai observar que há um aviso de que se trata de uma simulação determinística. Se clicar sobre **More Detail** encontra informações adicionais sobre a simulação que está a executar. Se accionar **Don't give me this advice again**, deixa de receber as mensagens correspondentes.

3.3.2.4 Tempos de trânsito (travel times)

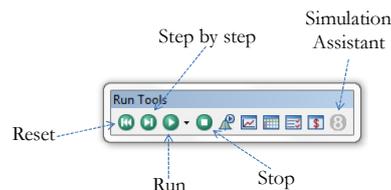
No contexto de simulação, o conceito de tempo de trânsito tem que ver com o tempo que uma entidade, *Work Item* ou recurso, demora desde a saída de um objecto até à chegada ao outro. Quando os *travel times* são nulos, o SIMUL8 não contabiliza os tempos de ligação entre dois quaisquer objectos: de um *work entry point* a uma fila (*queue*); de uma fila a um

work center, de um *work center* a um outro *work center* de que, neste modelo, não temos qualquer exemplo. No SIMUL8 os *travel times* são proporcionais à distância física entre os objectos que figuram no ecrã: de um *work center* à fila subsequente; de um *work center* directamente ao *work exit point*.

Em muitos problemas de simulação, e em particular neste, os *travel times* devem ser iguais a zero. Esta parametrização faz-se através da directiva **Tools / Preferences / Distance**. Mas por agora, vamos examinar como os tempos em causa afectam a produtividade do sistema em simulação. A seguir, torná-los-emos nulos, actuando convenientemente sobre o parâmetro correspondente.

Vamos usar a ferramenta de passo a passo (*Step tool*) que faz com que o relógio de simulação avance de um acontecimento ao outro. Proceda então da seguinte forma:

- Para observar a ocorrência dos acontecimentos com mais facilidade, faça **Clock / Clock Properties: Time Format = Digital; HH:MM:SS, OK**;
- Arraste o relógio para um sítio central do ecrã. Assim, consegue acompanhar a simulação mais facilmente;
- Clicar sobre o ícone **Reset Clock to Start**.

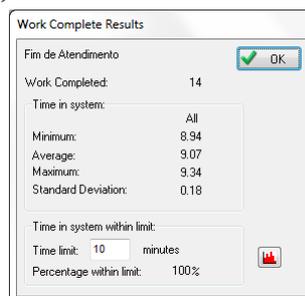


O SIMUL8 faz *reset* do modelo sempre que se clica em *Run*, no fim de cada ciclo. No entanto, para executar o modelo passo-a-passo (*step by step*), é necessário fazer *reset* manualmente.

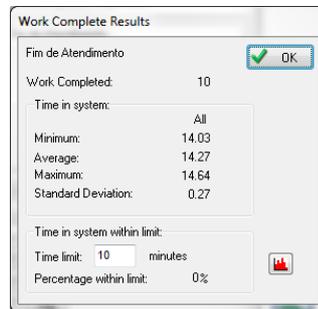
- Ponha uma velocidade (*speed*) baixa e vá clicando no ícone *step by step* sucessivamente, até completar um ciclo de 20 *work items*.

Tenha em atenção que, apesar de ter programado chegadas fixas a um ritmo de 1.5 minutos, os acontecimentos não ocorrem necessariamente em intervalos de um ou meio minuto. Talvez não se tenha apercebido disso. Repita tudo, e atente-se ao relógio.

- Clique duas vezes no objecto Fim de Atendimento, e a seguir em **Results**, e obterá um quadro semelhante a este,

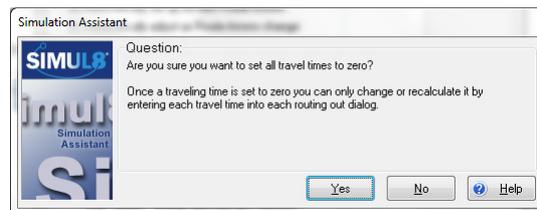


Volte ao modelo (**OK, OK**) e arraste o objecto referido para um local bastante afastado do ecrã (poderá, eventualmente, ter de o mover para o canto superior esquerdo). Execute a simulação, agora com uma velocidade maior, e confira os resultados de novo. Os autores obtiveram este quadro,



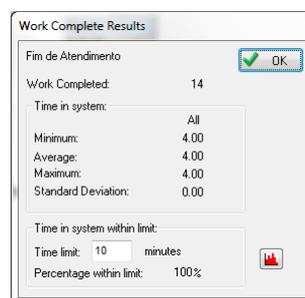
Como se pode observar, as estadias no modelo alteraram-se, quando se aumentou a distância (neste caso) ao objecto Fim de Atendimento. Aliás, até o número de chamadas atendidas, no período de 30 minutos, diminuiu de 14 para 10. Vamos agora anular os tempos de trânsito.

- Tools / Preferences / Distances: Travel Times = Zero;**
- No **Simulation Assistant** responda **Yes**,



- OK**

Faça o *reset* do relógio e execute o modelo passo a passo, e verificará que os acontecimentos ocorrem em intervalos de um ou meio minuto. No fim do ciclo, ao clicar sobre o objecto Fim de Atendimento, *Results*, vai obter



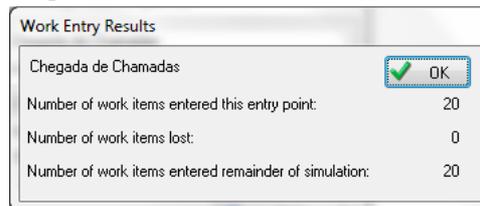
Como os *work items* passam pelo sistema sem filas e sem tempos de espera, tudo fica mais monótono e igual a 4 minutos. Tente confirmar isso, afastando um pouco o objecto Fim de Atendimento. Salve o ficheiro, conservando ainda o nome, Call Center 1.

3.3.2.5 Resultados de uma simulação determinística

Vamos analisar os resultados obtidos em cada um dos objectos que compõem o modelo.

Chegada de Chamadas

- Execute a simulação e clique duas vezes sobre este objecto e, em **Work Entry Point Properties**, clique em **Results**. Vai obter



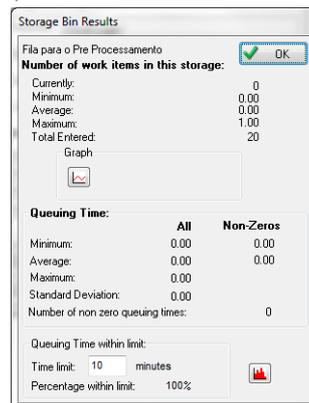
O número de *work items* que chegaram ao sistema é igual a 20. Verifique que este número também aparece no cimo do próprio objecto (faça as contas: um objecto a cada 1.5 minutos, e 30 minutos de simulação, perfaz 20 *work items* que, no caso, são chamadas telefónicas).

O número de *work items* perdidos (*Number of work items lost*) é igual a zero. Chama-se a atenção para o facto de este número poder ser diferente de zero, caso a capacidade de uma fila ser finita, e esgotar-se no decurso da simulação. Deste modo, as chamadas subsequentes seriam rejeitadas, ou seja, perdidas.

- **OK**, e retorne à janela da simulação.

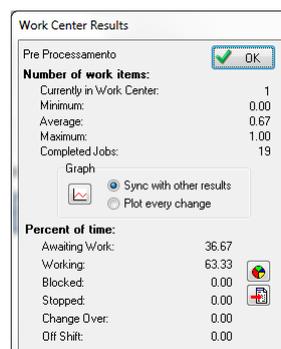
Fila para o Pre Processamento:

Ao analisar os resultados deste objecto, vai encontrar este quadro

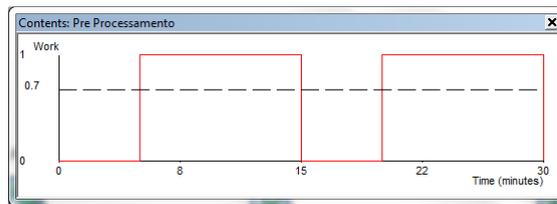


Entraram 20 *work items* neste objecto, tanto quantos entraram no modelo. O seu número máximo é igual a 1. Como a chegada de uma entidade corresponde à sua saída imediata, o tempo de espera é nulo (**Queuing Time**). Retorne à janela principal. Na fila de espera Aguarda Atendimento obterá um relatório semelhante. Confira.

Pre Processamento: Verifique os resultados deste objecto. Encontrará este quadro



- Analise graficamente o desempenho do objecto, clicando sobre o ícone  ;
- Estique o gráfico horizontalmente. Vai observar a seguinte figura



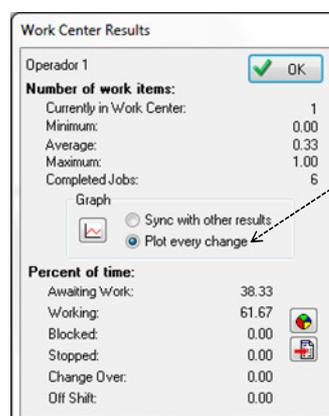
Como o tempo de processamento neste objecto é de 1 minuto, possivelmente estaria à espera na mesma de uma função periódica, de período 1 minuto. A razão de ser desta diferença prende-se com o funcionamento, por omissão, do SIMUL8. Com efeito, o programa colige dados para os gráficos dos *work centers* por amostragem do seu estado, ao contrário da leitura sucessiva do estado nos instantes em que ocorre um acontecimento. Entre duas quaisquer amostragens, o estado do *work center* mantém-se inalterado, ocupado ou livre. No gráfico acima, a amostragem detectou diferentes estados um pouco antes do minuto 8, no minutos 15, antes do minuto 22 e no fim da simulação (30 minutos).

- Seleccione agora a opção **Plot every change** e obterá o que esperaria intuitivamente, ou seja,



Deve, contudo, salientar-se, que esta opção consome muito tempo e, numa simulação mais realista, com tempos de execução mais longos e comportamentos estocásticos, a opção anterior é preferível. A perda de informação é habitualmente pouco expressiva.

- Altere a opção gráfica de cada um dos operadores para **Plot every change**, isto é, clique duas vezes sobre cada um dos operadores, e na caixa de diálogo **Work Center Properties**, clique em **Results; Plot every change**.

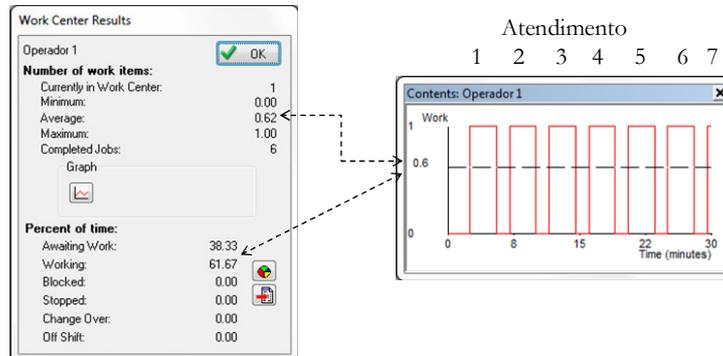


- Execute a simulação.

Operador 1

- Verifique o gráfico associado ao objecto Operador 1

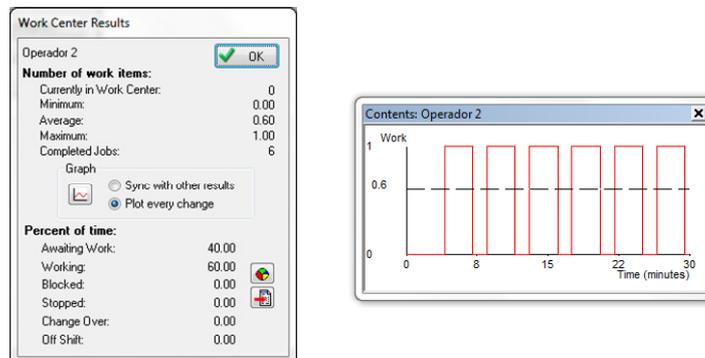
Vai encontrar o seguinte gráfico:



Em **Number of work items: Average** encontra a utilização média deste operador que é de 0.62. O mesmo valor está assinalado no gráfico com uma casa decimal (0.6) e, com maior precisão, em **Percentage of time: Working** (61.67%), de modo que o objecto Operador 1 se encontra sem actividade durante 38.33% do tempo. O número total de chamadas processadas é igual a 6, **Number of work items: Completed jobs**, o que está de acordo com o gráfico, onde também se verifica que o atendimento da sétima chamada não se completa no período da simulação.

Operador 2

- Duplo clique no objecto seguido de **Results**, e obtém

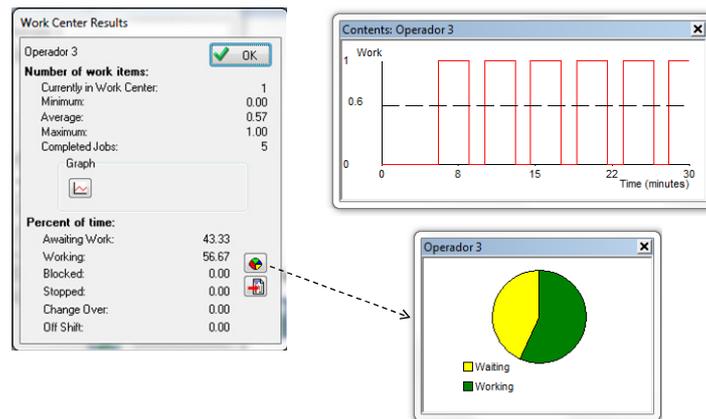


Verifique que o início de atendimento da primeira chamada é posterior, em 1.5 minutos, ao verificado no Operador 1.

- **OK.**

Operador 3

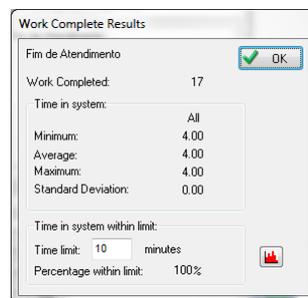
Vamos analisar os resultados para este objecto.



Neste caso, o número de *work items* processados foi de 5, pelo que houve menor tempo de utilização do *work center* (56.67%). Em qualquer caso, poder-se-ia obter uma representação diferente do tempo de utilização de cada objecto. Quando, na caixa de diálogo do **Work Center Results**, se clica na circunferência a três cores obtém-se (no caso, para o Operador 3) a imagem representada no gráfico anterior.

Fim de Atendimento:

Verifique que o número de *work items* (chamadas) processados é igual a 17. Há um *work item* no Operador 1, outro no Operador 3 e o restante está em fase de pré-processamento. Esses números encontram-se no cimo de cada um destes objectos. Os outros ostentam o número 0.



Finalmente, veja o estado do relógio. Marca as 9:30 H, porque a simulação, por omissão, começou às 9:00 H. Esta duração encontra-se na base de todos os cálculos analisados anteriormente. Execute agora a simulação em modo passo-a-passo. Verificará que o relógio passará a funcionar por saltos marcados pela ocorrência de sucessivos acontecimentos (chegada, espera, pré-processamento, etc.).

- Reset**
- File / Save** e mantenha ainda o nome Call Center 1.

3.3.3 Modelo estocástico

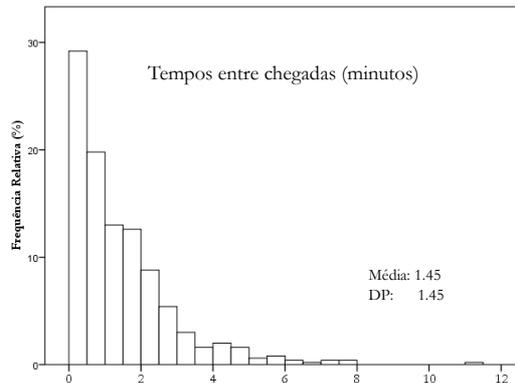
Nesta subsecção vamos introduzir estocasticidade ao modelo de simulação. Quer isto dizer que os tempos associados a diversas actividades deixam de ser fixos (distribuição fixa) e passam a ser aleatórios. De modo que se introduz variabilidade nessas actividades, tornando assim o modelo mais realista. Antes de iniciar esta nova etapa da aprendizagem, vamos salvar o ficheiro Call Center 1 como Call Center 2, depois de abrir o primeiro,

- **File / Save as...** Call Center 2.

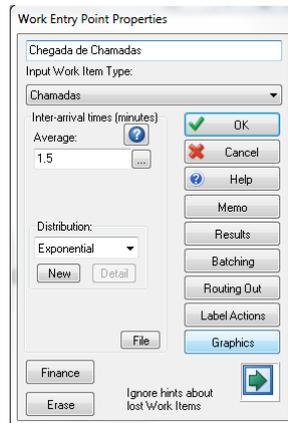
Vamos então proceder à parametrização das distribuições envolvidas em cada um dos objectos do modelo.

3.3.3.1 Tempos de chegadas

Imagine que os dados coligidos sobre os tempos entre sucessivas chamadas se assemelham aos do histograma que se segue. Seria então razoável modelar esses tempos através de uma distribuição exponencial com média igual 1.5 minutos.



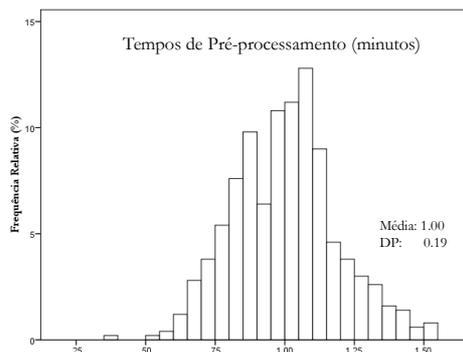
- Clique duas vezes sobre o objecto Chegada de Chamadas;
- Na caixa de diálogo do **Work Entry Point Properties** altere a distribuição para exponencial com média (**Average**) igual 1.5 minutos.



- **OK.**

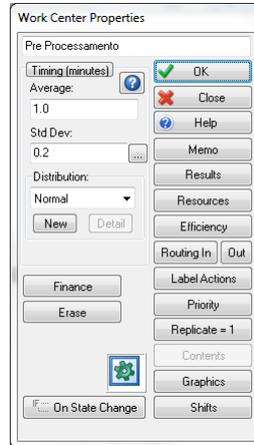
3.3.3.2 Tempos de pré-processamento

Suponhamos que o histograma relativo aos tempos de pré-processamento tem este aspecto



Para modelar os tempos em causa, podemos então ponderar a utilização de uma distribuição normal com média 1.0 minuto e desvio-padrão 0.2 minutos. Se assim for,

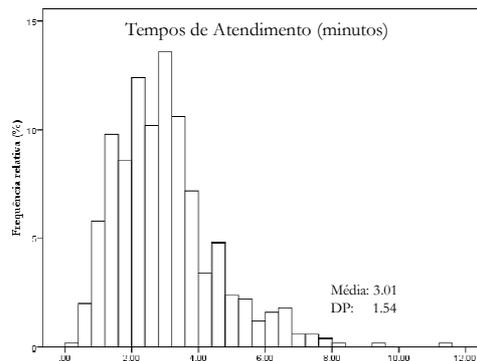
- Duplo clique sobre o objecto Pre Processamento;
- Na caixa de diálogo do objecto, escolha a distribuição normal com os parâmetros acima definidos;



- **OK.**

3.3.3.3 Tempos de atendimento

Se se der o caso de os dados coligidos configurarem um histograma assim,

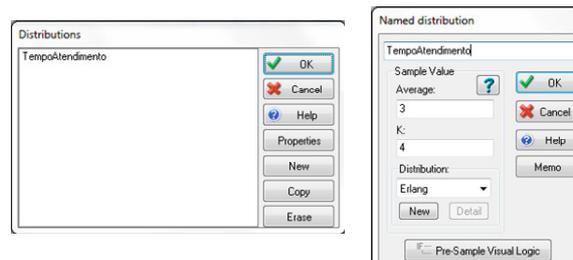


poderíamos modelar a variável aleatória tempo de atendimento através de uma distribuição Earlang com o parâmetro de forma $k=4$. Veja então,

$$\left(\frac{\text{Média}}{\text{DP}}\right)^2 = k = \left(\frac{3.01}{1.54}\right)^2 = 3.82.$$

Recorde que a distribuição associada a cada operador foi definida com sendo TempoAtendimento. Para parametrizar de uma só vez todos os três operadores, basta alterar a configuração desta distribuição para Earlang-4, com média 3 minutos.

- **Objects / Distributions** seleccione TempoAtendimento e actualize a distribuição. Vai obter os seguintes quadros



- **OK, OK.**

Ficamos então a conhecer as vantagens de definir uma distribuição personalizada, num contexto onde diversos objectos partilham um comportamento. No caso, TempoAtendimento passou de Fixa para Erlang-4, com média 3.

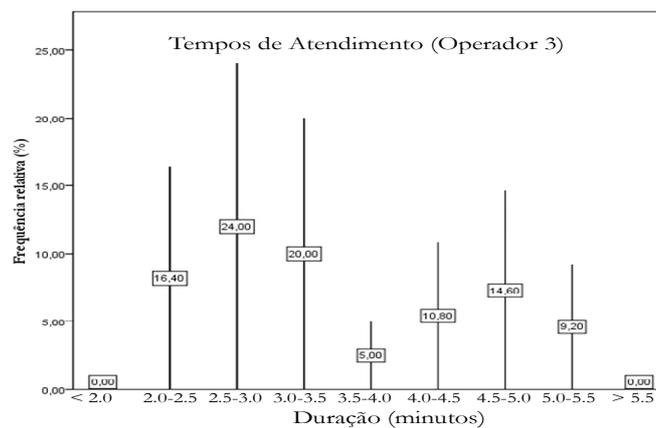
Neste ponto, faça algumas experiências com o modelo que obtém. Salve primeiro o ficheiro, e depois altere o tempo de simulação para 300 minutos.

- **File / Save** (Call Center 2);
- **Clock / Clock Properties; Results Collection Period 300;**
- **OK.**
- Execute a simulação.

Quando terminar não salve o ficheiro. Assim, ficam salvaguardadas as condições anteriores (30 minutos de simulação).

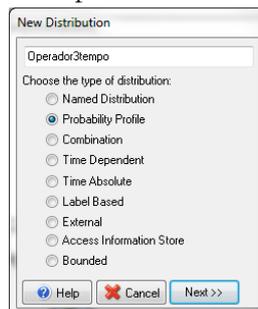
3.3.3.4 Distribuição empírica

Por vezes, dá-se o caso de o comportamento de um *work center* (ou outro objecto qualquer) não se conformar com nenhuma distribuição conhecida, sem contudo perder aleatoriedade. Suponha que a distribuição dos tempos de atendimento do Operador 3 é diferente da dos outros operadores, e que se ilustra no gráfico que se segue, obtido a partir de uma amostra de 500 observações.



Se não conseguir descrever analiticamente a distribuição subjacente, pode introduzir no SIMUL8 o perfil probabilístico observado, tendo em atenção que as frequências relativas são expressas em percentagens. Vamos então criar um perfil probabilístico para o tempo de atendimento do Operador 3, com base na sua distribuição empírica.

- **Objects / Distributions / New** e atribua o nome Operador3Tempo e seleccione a opção **Probability Profile** e depois **Next**



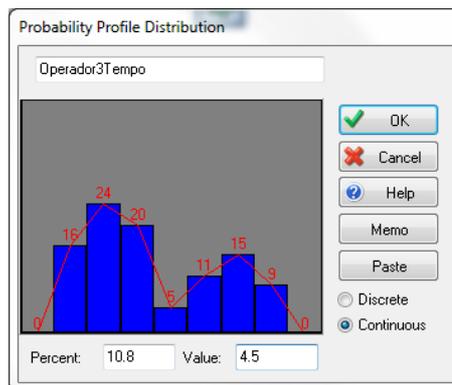
Vai encontrar um histograma, com 10 colunas com as duas caudas nulas.

- Seleccione a opção **Continuous** (em vez de **Discrete**).
- Tecla direita do rato sobre a primeira coluna não nula e depois **Delete**.

Nessa altura, o SIMUL8 recalculará as outras frequências de modo a garantir uma soma de 100%. Sempre que quiser acrescentar uma coluna, use **Insert**.

- Tecla esquerda do rato na coluna da esquerda, mantenha **Percent** a 0 e altere **Value** para 2.0.
- Tecla esquerda do rato na coluna seguinte, **Percent** a 16.4 e **Value** a 2.5. Continue esta inserção de dados até ao último valor.

No fim do processo, vai obter este diagrama



- **OK, OK.**

Num primeiro contacto com esta funcionalidade, poderá sentir algumas dificuldades. Tenha alguma paciência ao introduzir os dados. Para cada dado introduzido, o SIMUL8 bloqueia (**Lock**) o valor, de modo a não sofrer alterações para somar 100%. Os valores bloqueados aparecem a vermelho e os não bloqueados (**Unlock**) a preto. O utilizador tem a liberdade de alterar essas propriedades, bastando para tal clicar na tecla direita do rato sobre a coluna correspondente.

Vamos parametrizar a distribuição do tempo de atendimento do Operador 3.

- Duplo clique sobre o objecto Operador 3 e altere a distribuição correspondente para Operador3Tempo.
- **OK.**
- Execute a simulação, primeiro a uma velocidade baixa, e depois acelerando um pouco. Acompanhe o funcionamento do Operador 1 e do Operador 3, através dos respectivos gráficos.
- Se não se detectaram erros, salve o ficheiro, depois de fazer **Reset**, evitando deste modo guardar informação gerada pela simulação.

3.3.3.5 Incrementando a capacidade de pré-processamento

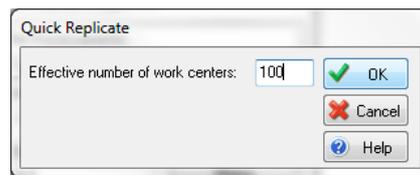
Suponha que a actividade de pré-processamento se faz automaticamente por um computador, com capacidade para atender 100 chamadas em paralelo. Posto o problema de outra forma, imagine que tem 100 unidades de pré-processamento e, por ser redundante,

não lhe interessa avaliar o funcionamento individual de cada um deles. Pode então usar a facilidade de replicação de um objecto concedida pelo SIMUL8.

- Duplo clique no objecto Pre Processamento;
- Na caixa de diálogo do objecto: **Replicate=1**;



- Na caixa de diálogo **Quick Replicate** escreva 100 em **Effective number of work centers**



- **OK; OK.**

Chama-se a atenção para o facto de o termo replicação estar conotado com repetições de ensaios em simulação, usando cadeias de números aleatórios diferentes, de ensaio para ensaio. O aluno deve estar atento ao contexto em que o termo é referido. Se for o caso, na sua utilização deve-lhe mencionar o sentido.

- Execute a simulação, inicialmente num ritmo baixo e acelerando depois.
- Confirme nos resultados da fila para o pré-processamento que o máximo é 1 e a média nula. Não há, por isso, tempos de espera. A chamada que entra sai imediatamente.
- **Reset** e salve o ficheiro (ainda sob o nome Call Center 2).

3.3.3.6 Execução do modelo estocástico

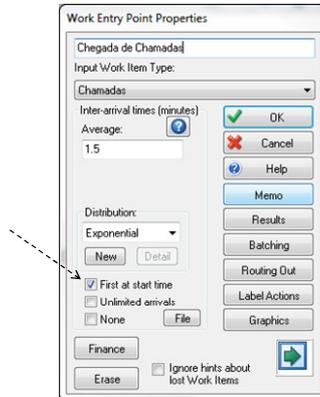
O modelo ora obtido contém efeitos estocásticos o que lhe confere maior realismo. Aumente o tempo de execução para 8 horas (por omissão, é o número de horas diárias) e observe o comportamento estocástico do modelo.

- **Clock / Clock Properties; Results Collection Period 480** (8 x 60 minutos);
- Execute a simulação.

Vai observar que entraram no sistema 295 chamadas.

Normalmente, a chegada do primeiro *work item* ao sistema é determinada pela distribuição de chegadas. Se quiser forçar uma chegada logo no arranque, deve dar essa indicação ao SIMUL8. Quando o respectivo parâmetro está activado, o SIMUL8 acrescenta uma chegada no instante 0, e o resto da actividade desenrola-se conforme a programação.

- Duplo clique no objecto Chegada de Chamadas;
- Active a directiva **First at start time**

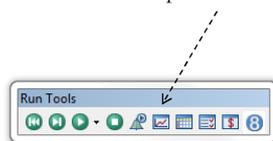


- Execute de novo a simulação, e verifique que o número de chamadas que entraram no sistema passou de 295 para 296.

Vamos analisar graficamente o processo de simulação, socorrendo-nos para tal do objecto *Aguarda Atendimento*.

- Um clique apenas sobre o objecto *Aguarda Atendimento*, que fica com uma moldura a tracejado;
- Na barra de ferramentas seleccione a ferramenta **Make Time Graph of selected objects**.

Make Time Graph of selected objects

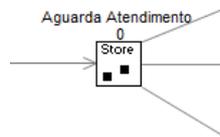


- Aumente o tamanho da janela de visualização (basta esticá-la para a esquerda);
- Execute a simulação;
- Feche a janela.

Para ter uma noção do comportamento do sistema simulado, pode ser útil verificar a actividade numa fila de espera, vendo-a a aumentar ou a diminuir. O SIMUL8 possui essa facilidade que pode ser explorada logo na implementação para aferir do desempenho do sistema.

- Duplo clique sobre a fila *Aguarda Atendimento*;
- **Graphics; Queue;**
- Visualize as setas de ligação;
- Execute a simulação (de vez enquanto, vai observar acumulação de chamadas).

Se quiser ter uma visualização gráfica um pouco diferente, carregue cuidadosamente sobre um dos quadradinhos pretos da fila de espera para os operadores, e posicione-o um pouco em diagonal, até obter uma imagem que se segue. Tenha em atenção de verificar que a simulação não está em execução e que as setas estão visíveis. Execute depois a simulação em ritmo baixo, e observe



3.4 Grafismos

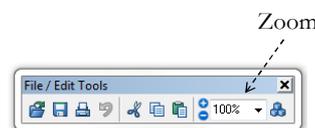
Não obstante termos vindo a recorrer sistematicamente ao exemplo de modelação que estamos a estudar, vamos agora abordar outros aspectos importantes do SIMUL8, que ajudam a compreender melhor os sistemas simulados.

Recorde-se que a verificação de um modelo é um processo de remover os possíveis erros, garantindo que o modelo tem uma estrutura lógica para a qual foi desenhado. A validação de um modelo tem que ver com a concordância dos resultados produzidos por simulação com os do sistema real que se pretende imitar. Dito de outro modo, a verificação associa-se aquilo que se pretende do modelo e validação se aquilo que dele se pretende é conseguido. Ou seja, a validação é uma avaliação da congruência do modelo. A verificação precede a validação, e não o contrário. Para uma pequena discussão em torno destes conceitos, pode consultar-se <http://quality-assurance-software-testing.blogspot.com/2005/10/difference-between-verification-and.html>.

3.4.1 Ampliação (Zooming)

Por vezes, há necessidade de aumentar ou diminuir o modelo desenhado, seja para ter uma percepção mais clara do todo seja para explorar uma particularidade do mesmo.

- Carregue o modelo guardado como Call Center 2 e salve-o como Call Center 3;
- Use a ferramenta de **Zoom** e altere o factor de amplificação de 100% para 75%;



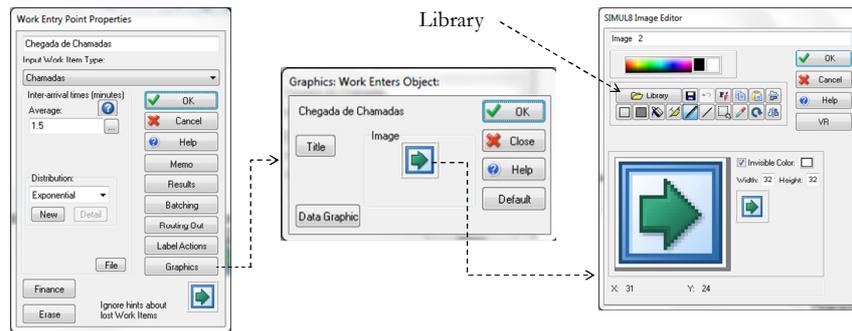
- Aumente para 200%, e verifique que o modelo não cabe no ecrã;
- Volte a colocar em 100%.

3.4.2 Alteração de ícones

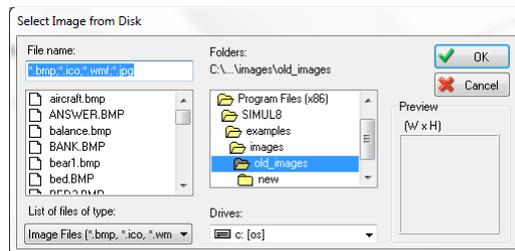
Para aproximar a representação do modelo à realidade, pode querer associar a cada objecto uma figura relacionada com o mesmo. Vamos então tornar o modelo mais comunicativo.

- Duplo clique no objecto Chegada de Chamadas;

- Na janela de **Work Entry Point Properties** clique em **Graphics; Image; Library;**



- Da pasta **...Simul8\images\old_images** selecione **ANSWER.BMP**



- **OK**, e obtém 

No objecto Fila para o Pre Processamento,

- Em **Storage Bin Properties**, clique em **Graphics;**
- Em **Storage Bin Graphics** selecione **Static Image;**
- Clique na imagem e, em **Library**, escolha **Arrow10e.bmp**, da pasta **...Simul8\images\Arrows;**
- **OK**, para obter 

Para o Pre Processamento, escolha **machines40.bmp**, da pasta **Manufacturing**



Para Aguarda Atendimento, escolha **...Simul8\images\People\acidface_angry.bmp** (conhece alguém contente à espera?)



Para cada um dos operadores **...Simul8\images\Office\call_desk5c.bmp**



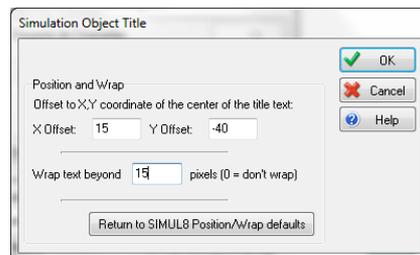
Para o objecto Fim de Atendimentos, escolha **...Simul8\images\InOutPoints\answer_good4.bmp.bmp** 

Pode acontecer que a representação gráfica fique um pouco desalinhada. Se desejar corrigir isso, use o comando **Align**, depois de ter demarcado uma região, pressionando a tecla esquerda do rato e, sobre essa região, **Tecla direita; Align**. Pode também usar **Space Equally**, para uniformizar os espaçamentos.

- Execute o modelo;
- **Reset**, e salve-o (Call Center 3).

A disposição dos diversos títulos inscritos no cimo dos objectos pode ser melhorada, tornando-os mais compactos. Se quiser deslocar o título para a esquerda ou para a direita, deve actuar no parâmetro **X Offset**; e para subir ou descer, no parâmetro **Y Offset**, ambos na caixa de diálogo **Simulation Object Title**, que surge na sequência de **Graphics; Title**. Se **X Offset** for inferior a 15 ou igual a um valor negativo, o título é deslocado para a esquerda; se **Y Offset** for superior ao valor de omissão -24, o título é deslocado para baixo. Para delimitar (**Wrap**) o seu espaço actue sobre o parâmetro **Wrap text beyond**. Portanto, pode melhorar-se o aspecto dos títulos dos objectos actuando no terno (**X Offset, Y Offset, Wrap**). Vamos exemplificar.

- Assegure-se de que o **Zoom** está em 100%;
- Clique duas vezes no objecto Chegada de Chamadas e, na diálogo **Work Entry Point Properties, Graphics; Title**, parametrize **X Offset** 15, **Y Offset** -40 e **Wrap text beyond** 15, a que corresponde o terno (15,-40,15).



- **OK; OK; OK** (aprecie o resultado; faça algumas alterações, uma de cada vez, e examine).
- Para o objecto Fila para o Pre Processamento, considere o terno (15, -40, 80);
- Para Aguarda Atendimento e também para Fim de Atendimento, (15, -40,75);
- Para o Pre Processamento e para cada um dos operadores, (25, -25, 0);
- Salve o ficheiro (Call Center 3).

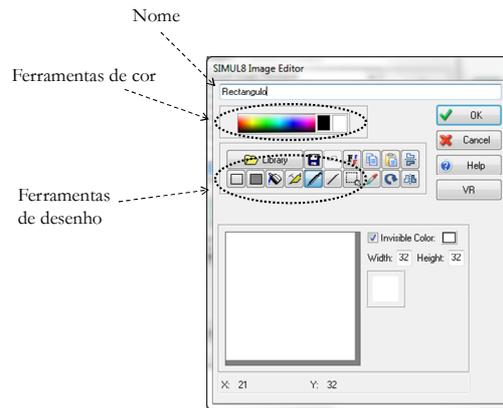
Uma nota importante: o valor do **Zoom** influi no aspecto gráfico que acabou de parametrizar. Faça uma verificação disso (basta mexer no botão de *scroll*).

3.4.3 Criação de ícones

Se os ícones disponibilizados pelo SIMUL8 não se adequam a um trabalho específico, pode usar o editor de imagem do *software* para criar imagens personalizadas. Fica como exercício o aluno explorar esta funcionalidade do SIMUL8. Por exemplo, se quiser alterar a imagem do objecto Pre Processamento,

- Clique duas vezes sobre o objecto;
- **Graphics; Awaiting Work (Default Image); New;**
- Altere o nome para **Rectangulo** (se quiser colocar um rectângulo nesse lugar; atenção que poderá ter dificuldade em colocar um acento circunflexo sobre a letra a; como norma, evite acentuações nos nomes a atribuir em contextos de aplicações computacionais);

- Verifique por si as potencialidades explorando as ferramentas de desenho e cor disponibilizadas.



3.4.4 Ícones dinâmicos para os objectos

Por vezes, é importante animar os objectos de acordo com o seu estado de funcionamento (e.g. ocupado, livre, etc.). Para exemplificar esta situação, considere o Operador 1.

- Duplo clique sobre o objecto;
- **Graphics; Awaiting Work (Default Image);** e veja as imagens disponíveis;
- **Cancel** (não faça alterações), **Cancel; Cancel.**

Vamos adoptar, para os três operadores, um ícone diferente assinalando o estado ocupado, ou seja, há uma alteração da imagem sempre que o operador está a atender uma chamada.

- Duplo clique sobre Operador 1;
- **Graphics; Animated Image; Working;**
- Na caixa de diálogo **Images** clique em **Add from library;**
- Escolha **...Simul8\images\Office \call_desk5b.bmp;**
- Faça as mesmas alterações para os dois outros operadores;
- **Reset;**
- Execute a simulação num ritmo baixo e aprecie;
- **Reset;** salve o ficheiro (Call Center 3).

3.4.5 Ícones dinâmicos para os work items

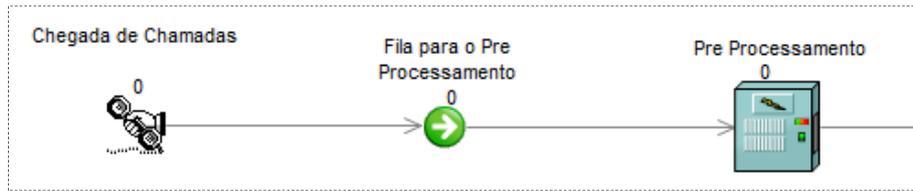
É possível alterar o aspecto dos *work items* (as chamadas) à medida que evoluem no sistema.

- **Objects / Work Item Types**
- Clique em **Image Select** e depois em **Add from library;**
- Escolha **...Simul8\images\old_images\REDB.bmp** e retorne ao modelo;
- Clique duas vezes sobre Pre Processamento, **Graphics; Work Item's Image on Exit; Add from Library;**
- Escolha **...Simul8\images\old_images\GREENB.bmp** e retorne ao modelo;
- Escolha **...Simul8\images\old_images\BLUEB.bmp** para cada um dos operadores e retorne ao modelo;
- Execute a simulação.

Se quiser retornar à configuração anterior, use a opção **(Default)** no parâmetro **Work Item Image on Exit**. Se encontrar dificuldades nesta operação, feche o ficheiro sem salvar.

3.4.6 Subjanelas (*subwindows*)

Quando o modelo se torna demasiado grande ou ainda quando não é relevante visualizar uma parte do mesmo, pode agrupar-se um conjunto de ícones num único só. Suponha que quer agrupar os três primeiros objectos do modelo que estamos a estudar,



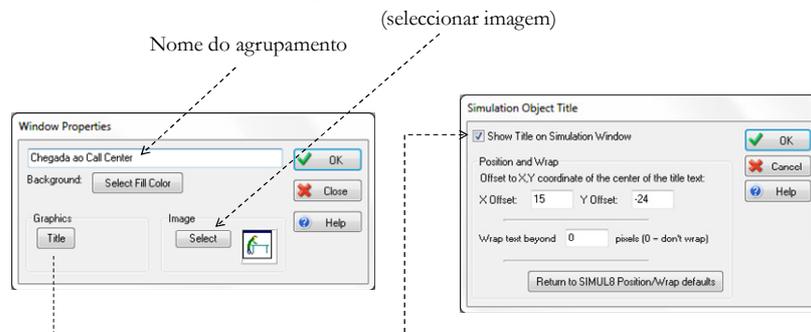
- No SMUL8, **File / Open** Call Center 3;
- Contorne uma região que envolva os três objectos, usando a tecla esquerda do rato;
- **Tecla direita do rato; Create Sub-Window;** vai encontrar esta gravura



- Clique no botão **Close Window** x, e vai aparecer 
- Reponha as setas de ligação;

O ícone que representa um grupo pode igualmente ser personalizado.

- **Tecla direita do rato** sobre o objecto que representa o grupo;
- Seleccione **Sub-Window Properties;**



- Em **Window Properties**, atribua o nome **Chegada ao Call Center**;
- Clique em **Title** e active a visualização do título;
- (se quiser, pode alterar as coordenadas do título);
- **OK**;
- Clique em **Image Select** e escolha **...Simul8\images\Arrows\arrow1b.bmp**;
- Retorne ao modelo;
- Clique sobre o objecto **Chegada ao Call Center**;
- Execute o modelo a uma velocidade baixa (mantenha as setas de ligação visíveis);
- **Aprece** o funcionamento;
- Feche a janela dos objectos agrupados, e acelere a execução;

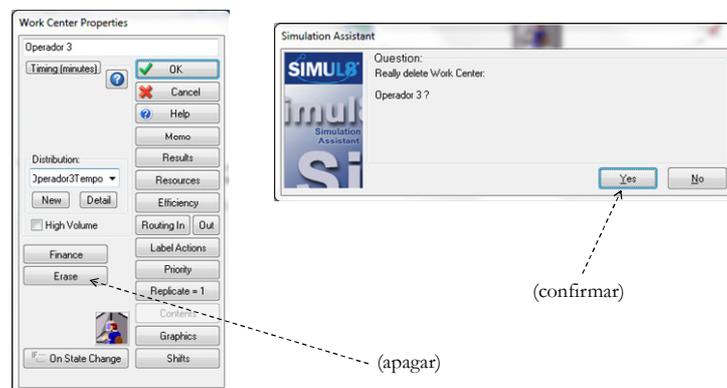
Vamos remover a subjanela.

- Duplo clique sobre Chegada ao Call Center;
- Clique uma vez no ícone de controlo S8, localizado no canto superior esquerdo;
- Seleccione **Delete this Sub-Window**;
- Faça os ajustes gráficos que entender;
- **Reset** e salve o ficheiro Call Center 3.

3.4.7 Multiplicidade de *work stations* idênticos

Se existirem vários *work stations* iguais a funcionarem em paralelo, essas *work stations* podem ser representadas por um único símbolo. Vamos supor que a distribuição do tempo de atendimento do Operador 3 é a mesma que a dos outros operadores. Ou seja, que todos os operadores partilham a mesma distribuição. Vamos então apagar aquele operador, e também o Operador 2, e replicar o Operador 1 três vezes.

- Abra o ficheiro Call Center 3;
- Duplo clique sobre o objecto e, na janela **Work Center Properties**, seleccione **Erase** e confirme, **Yes**;



- Retorne ao modelo, e repita a operação relativamente ao Operador 2, finda a qual, restar-lhe-á apenas o Operador 1, que quer replicar três vezes;
- Duplo clique sobre o Operador 1;
- Na janela **Work Center Properties** altere o nome para Grupo de Operadores, e clique em **Replicate=1**;
- Na caixa de diálogo **Quick Replicate**, altere para 3 o (único) campo **Effective number of work centers**, e retorne ao modelo.
- Alinhe as peças do modelo para ficarem com este aspecto



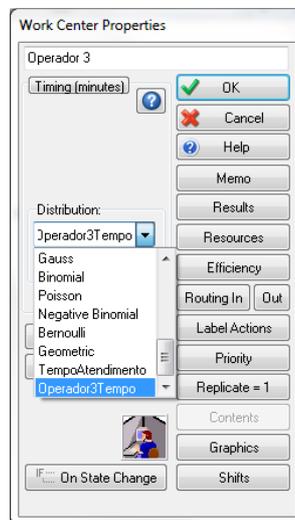
- Execute o modelo a uma velocidade baixa, para detectar eventuais erros, e depois acelere;
- Feche a janela do SIMUL8, **File / Close** mas não salve o ficheiro, uma vez que no futuro vamos usar o modelo inicial e não este.

3.5 Controlando a Experiência de Simulação

Nesta subsecção vamos abordar o aspecto mais relevante de um processo de simulação: recolha de informação e interpretação de resultados. A preocupação centra-se então nos aspectos técnicos da simulação e não na estrutura lógica dos modelos. Se os modelos reflectirem a realidade que se quer estudar, pode inferir-se sobre essa realidade usando os resultados gerados pela simulação.

No exemplo que estamos a considerar, altere a distribuição do Operador 3 para TempoAtendimento, de modo a ficarem todos os três operadores com o mesmo tipo de funcionamento.

- Abra o ficheiro Call Center 3;
- Duplo clique sobre o objecto Operador 3 e, na janela **Work Center Properties** modifique a distribuição existente Operador3Tempo para TempoAtendimento;



- Salve o ficheiro com o nome Call Center 4 (**File / Save as...**).

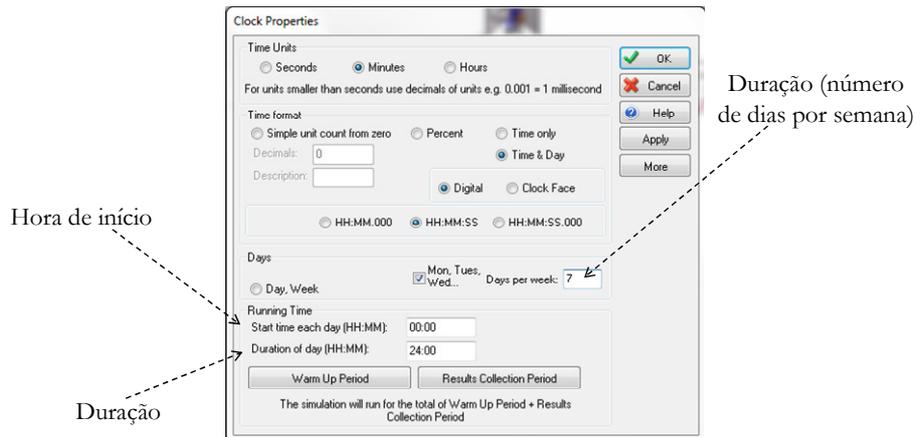
3.5.1 Período de aquecimento (*warm-up period*)

O modelo que estamos a estudar está programado para iniciar a sua actividade às 9:00 da manhã, sem fila, e a funcionar 8 horas por dia. Uma tal parametrização não se adequa a um *call center* que se pretende funcionar durante 24 horas por dia. Num contexto industrial, por exemplo, mesmo que uma máquina não funcione o dia todo, é muito vulgar ficarem produtos semi-acabados no final de um dia de trabalho, e cuja transformação se complete no dia a seguir. Por isso, é importante definir as condições iniciais de um processo de simulação.

Vamos parametrizar o *call center* para funcionar 24 horas por dia, assumindo que as chamadas chegam a um ritmo independente da hora do dia.

- Duplo clique sobre o objecto Fila para o Pre Processamento;
- **Graphics**; na janela **Storage Bin Graphics** altere **Display Style** para **Queue**;
- Faça o mesmo para a fila Aguarda Atendimento (em ambos os casos verificará que as imagens se alteram);

- **Clock / Clock Properties**; altere o tempo de início para as 0 horas; a duração do dia para 24 horas e o número de dias por semana para 7;



- **OK**, e retorne ao modelo;
- **Clock / Results Collection Period** e inscreva o valor 1440, que resulta da operação 24x60 minutos (não se esqueça que a unidade de tempo escolhida é o minuto);
- **Clock / Warm Up Period**, confirme que é igual a zero (o utilizador tem a possibilidade de ignorar os resultados de um período inicial pré-fixado, julgado suficiente para o simulador estabilizar);
- Clique uma única vez sobre o objecto **Aguarda Atendimento** e permita a visualização gráfica do andamento deste objecto, clicando em **Make Time Graph of selected objects**

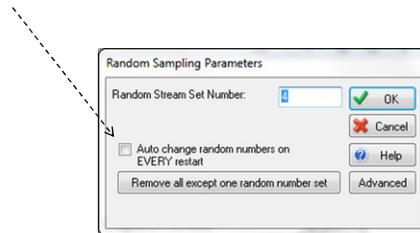
Make Time Graph of selected objects



- Aumente a largura da janela do gráfico que aparece no canto inferior direito, podendo até deslocá-la para um local mais conveniente;
- Execute a simulação a um ritmo baixo no início, e depois acelere;
- Altere a sequência de números aleatórios em **Trial / Random Sampling** e, em **Random Stream Set Number**, altere o número para 2;
- Execute a simulação e analise as diferenças;
- Repita várias vezes a operação, com diferentes sequências de números aleatórios. Preste atenção para o facto de o número máximo de chamadas em espera, assim como o seu número médio se alterar de sequência para sequência.

Quando o SIMUL8 arranca, é usada uma sequência de números aleatórios (*runs*) gerada com base numa semente (*seed*) específica. No entanto, o utilizador tem a possibilidade de usar sequências alternativas baseadas em outras sementes. Quer isto dizer que os números gerados na simulação são diferentes de sequência para sequência, mas a sua distribuição é a mesma. Esta possibilidade serve para introduzir maior variabilidade no sistema simulado. E isso consegue-se através do comando **Trial / Random Sampling** que acabou de utilizar.

Se pretender que, no início de cada execução, o SIMUL8 faça automaticamente alteração das sequências, active o parâmetro **Auto change random numbers on EVERY restart**.



Independentemente da forma como as várias experiências foram conduzidas, deve ter notado que, logo no início, não há chamadas em espera, porque a nossa simulação, quando se inicia, começa do zero. Ou seja, pouco provavelmente existirão chamadas em fila no arranque. Por isso, o número de chamadas em espera no início tende a ser recorrentemente mais baixo que no fim. Para evitar esta situação, pode introduzir no sistema um período de transição, relativamente ao qual não é registada qualquer informação. Chama-se a isso período de aquecimento ou, em inglês, *warm up period*. Assim, pode analisar o sistema, por assim dizer, em velocidade de cruzeiro. Vamos então ignorar as primeiras 8 horas de funcionamento e recolher informação do funcionamento do *call center* desde 8:00 H de um dia até às 8:00 H do dia seguinte.

- **Clock / Warm Up Period** e, em **Number of Time Units**, escreva 480 (8x60 minutos); (Nota: se estiver seleccionada a opção **Include in displayed clock time**, o relógio incluirá na contagem o *warm up period*; caso contrário, depois de atingido esse período, o relógio reiniciar-se-á);
- Confirme que o período de simulação é de 1440 minutos (veja em **Result Collection Period**);
- Na janela anterior, active o *beep* para que o SIMUL8 sinalize o fim com um apito;
- Em **Trial / Random Sampling** active **Auto change random numbers on EVERY restart** e coloque a primeira sequência em 1;
- Execute a simulação várias vezes. As abcissas começam agora em 480 e terminam em 1920;
- Faça mais simulações e, de cada vez, vá anotando, o número de chegadas, o número de chamadas atendidas e, paralelamente, a informação numérica disponibilizada no gráfico da fila *Aguarda Atendimento*;
- Desmarque **Auto change random numbers on EVERY restart**; reponha 1 na sequência dos números aleatórios;
- Retorne ao modelo, feche o gráfico e faça **Reset**;
- Guarde o ficheiro *Call Center 4*.

3.5.2 Variação entre runs

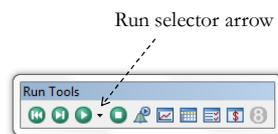
Um dos objectivos da simulação é obter estimadores dos diversos parâmetros em jogo (e.g. número de chegadas; estada no sistema; etc.). Por isso, é importante representar os vários estimadores e respectivos intervalos de confiança, de modo a demarcar a gama na qual os resultados numéricos podem ser usados sem erros adicionais substantivos.

Para introduzir variabilidade no sistema simulado, sem contudo alterar o seu modelo de funcionamento, usam-se diversas sequências de números aleatórios (*runs*), de que já fizemos referência atrás. Em termos práticos, essas sequências imitam as variações que ocorrem no sistema em diversos períodos de análise, de dia para dia, de mês a mês, etc. Vamos então analisar os diferentes comportamentos do modelo, usando cinco sequências de números aleatórios.

- Abra o ficheiro Call Center 4;
- Verifique que o **Warm Up Period** é de 480 minutos e que o **Results Collection Period** de 1440 minutos;
- **Trials / Random Sampling** e na janela **Random Sampling Parameters** escreva 1 em **Random Stream Set Number**;
- Retorne ao modelo e execute a simulação;
- Anote o número de chamadas atendidas numa tabela (nota: pode obter esta informação em **Results** ou directamente no cimo do objecto);

Réplica	<i>Work Items Completados</i> (chamadas atendidas)
1	968
2	972
3	1007
4	997
5	959
Média (m)	980.60
Desvio-padrão (sd)	20.40

- Altere a sequência de números aleatórios para 2, e execute a simulação;
- **Clock / Change Random Nos and Run** (outra forma de alterar a sequência de números aleatórios e executar de seguida);
- Na barra de ferramentas de execução, clique em **Run selector arrow** e depois em **Run with new random numbers** (mais uma forma de alterar a sequência de números aleatórios e executar de seguida);



- Execute, pela última via, a 5ª réplica da experiência;
- Anote e salve o ficheiro ainda com o nome Call Center 4.

A variabilidade induzida pelas diferentes sequências de números, usando **Trials / Random Sampling**, possibilita um maior controlo da experiência, em particular, quando se pretende comparar modelos alternativos sujeitos a uma mesma carga.

Vamos analisar os resultados obtidos. O desvio-padrão é uma medida da variabilidade do número de chamadas atendidas por dia. Se assumirmos que a média amostral m , devidamente normalizada, segue uma distribuição t-Student com $(n-1=4)$ graus de liberdade, isto é,

$$\frac{m - \mu}{sd / \sqrt{n}} \cap t_{(n-1)},$$

podemos inferir que número médio μ de chamadas atendidas diariamente oscilará no intervalo

$$\left] m - 2.776 \times \frac{sd}{\sqrt{n}}, m + 2.776 \times \frac{sd}{\sqrt{n}} \right[=]955.27, 1005.93[,$$

com confiança de 95%. Ou seja, é de esperar que diariamente sejam atendidas entre 955 e 1006 chamadas. Notar que o número de chegadas programado era de 40 chamadas por hora e, portanto, 960 por dia. Seria plausível esperar que esse número pertencesse ao intervalo de confiança calculado. Pode então questionar-se sobre a utilidade de prever um parâmetro conhecido. A razão principal desta iniciativa é dar ao utilizador uma percepção mais clara do que representa um intervalo de confiança, e uma maneira fácil de introduzir ideias e métodos de investigação de médias e variabilidades em diversos períodos de análise. Para além disso, pode dar-se o caso de, por diversas razões, os *work items* se perderem no sistema. Num *call center* os chamadores podem simplesmente desligar a chamada, quando colocados em espera, e tentarem de novo sem que dessa vez tenham necessariamente sucesso.

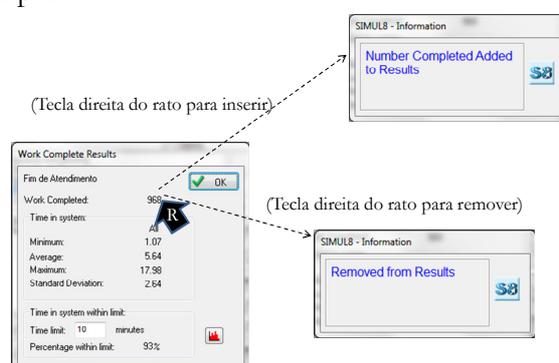
Se quisesse obter uma estimativa mais fina para μ , bastar-lhe-ia aumentar o número de *runs* da experiência. Para $n > 30$, pode colocar 1.96 (ou, se preferir, 2) no lugar do quantil de 97.5% da distribuição t-Student com (n-1) graus de liberdade, no caso 2.776 com 4 graus de liberdade.

3.5.3 Executar *runs* automaticamente

No SIMUL8 o termo **Trial** (em português teste) é usado para se executar vários *runs* de uma simulação. Este teste pode ser automatizado usando o comando **Trials** da barra de ferramentas.

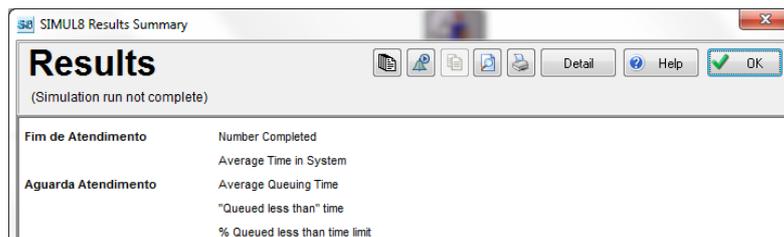
Vamos activar o **Resume Summary** de modo a coligir os resultados sobre o tempo médio no sistema (estada) e também sobre o número de chamadas atendidas ou completadas por semana. Em **Results / Results Summary** pode dar indicação dos resumos que quer controlar.

- Em **Results / Results Summary** clique em **Detail**;
- Clique sobre o objecto Fim de Atendimento onde lhe vai aparecer a janela **Work Completed Results** deste objecto;
- Com o rato aponte para a estatística que quer transferir para a folha de resumos (vai notar que a seta do rato se transforma numa maior, a preto, e com a letra R a branco). **Tecla direita do rato** para executar a transferência. Se se enganou, faça exactamente o mesmo para retirar a estatística da folha de resumos. Caso haja alguma estatística que não deseje controlar, use a mesma técnica para a remover. O SIMUL8 dá indicação de presença ou ausência de estatísticas, sempre que a tecla direita do rato é premida.



Inclua na folha de resumos o tempo médio de espera (*Average Queuing Time*) na fila Aguarda Atendimento, bem como a percentagem de utilizadores cujo tempo de espera (*Queuing Time*) seja inferior ao tempo limite (*Time Limit*) (de 1 minuto). Podemos realizar esta operação através do próprio ícone do objecto em causa.

- Assegure-se de que as setas estão visíveis;
- Duplo clique sobre o objecto Aguarda Atendimento e, na janela **Storage Bin Properties**, clique em **Results**;
- Na janela **Storage Bin Results**, posicione o rato em **Queuing Time; All; Average; Tecla direita do rato**. Aparecerá uma imagem a indicar que o resultado será transferido para a folha de resumos;
- Em **Queuing Time within limit** escreva 1, e **Tecla direita do rato** sobre a percentagem para transferir a informação;
- Retorne ao modelo;
- Confirme em **Results / Results Summary** que a folha de resumos se encontra devidamente actualizada; se a operação correu bem, a folha terá a seguinte informação útil:

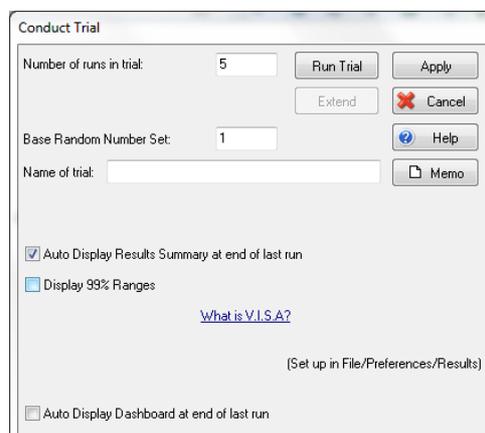


(se não obteve este quadro, não desespere; retire a informação não desejada usando a opção **Detail**).

- Retorne ao modelo.

Vamos executar 5 *runs* de uma forma automática.

- **Trials / Conduct Trial** e assegure-se de que **Number of run trial** é igual a 5 (se não for, coloque-o em 5) e que **Base Random Number Set** é igual 1;
- Clique em **Run Trial**



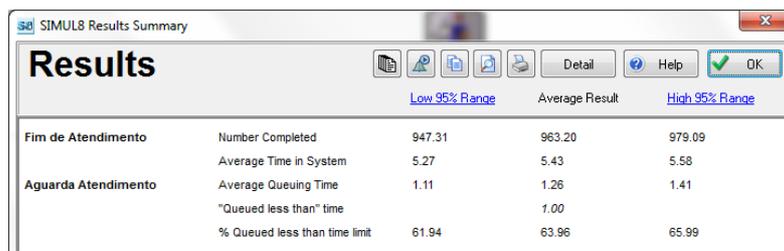
Vai obter



		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Fim de Atendimento	Number Completed	955.27	980.60	1005.93
	Average Time in System	5.04	5.38	5.72
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.88	1.22	1.56
	"Queued less than" time		1.00	
	% Queued less than time limit	56.97	63.57	70.16

Compare os resultados sobre o número de chamadas atendidas com os obtidos anteriormente. Nessa altura apenas nos preocupamos com esta estatística. Vamos agora aumentar a precisão da média amostral aumentando o número de *runs* para 20. O aumento da dimensão amostral traduz-se regra geral na diminuição da amplitude do intervalo de confiança para o verdadeiro valor da média do número de chegadas.

- Substitua, em **Trials / Conduct Trial**, 5 por 20, e a seguir **Run Trial** para obter



		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Fim de Atendimento	Number Completed	947.31	963.20	979.09
	Average Time in System	5.27	5.43	5.58
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	1.11	1.26	1.41
	"Queued less than" time		1.00	
	% Queued less than time limit	61.94	63.96	65.99

A média amostral tem agora um valor mais próximo de 960 programados. Não é garantido que isso aconteça sempre. Nunca se esqueça, em ambiente de incerteza, a única coisa garantida é a incerteza. Ao analisar a estadia no sistema, verificamos que em média os utilizadores consomem menos do que 6 minutos por chamada (concretamente $5.43 = 5$ min e 26 seg), sendo o tempo médio de espera para o atendimento de $1.26 = 1$ min e 16 seg. Em média, 63.96% das chamadas esperaram menos de um minuto na fila para o atendimento, sendo $]61.94, 65.99[$ um intervalo de confiança a 95% para a verdadeira percentagem.

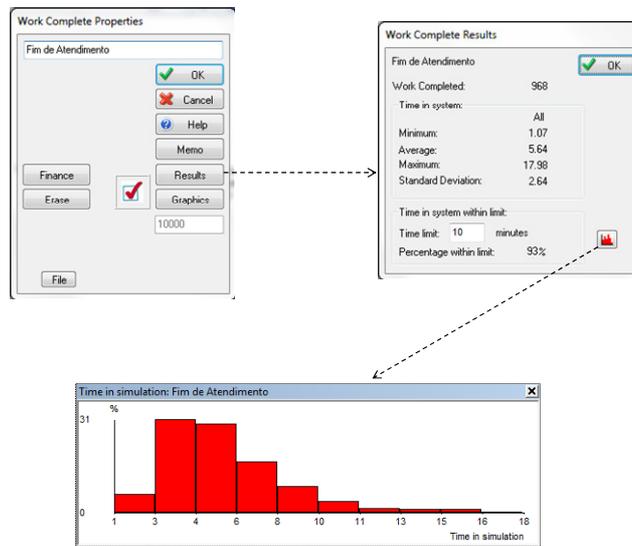
- Salve o ficheiro com o nome Call Center 5 (no futuro pode ter de usar de novo o Call Center 4).

3.5.4 Variabilidade de *work items*

A variabilidade de *work items* (no caso do *call center*, variação entre durações de chamadas, tempos de espera, etc.) pode ser estimada com um ou mais *runs*, e pode usar-se em todo o caso o desvio-padrão como medida dessa variabilidade.

- Abra o ficheiro Call Center 5;
- Verifique em **Trials / Random Sampling** se **Random Stream Set Number** está a 1; se não, coloque-o em 1;
- Execute o modelo;

- Duplo clique sobre o objecto Fim de Atendimento e, em **Results** veja a média da estadia (em minutos) e o desvio-padrão;
- Clique sobre a imagem do histograma para analisar a distribuição;



Recorde que o histograma é construído com base em 10 colunas com a mesma amplitude.

- Retorne ao modelo, mas mantenha o histograma visível.

Anote alguns resultados na tabela seguinte (nota importante: o SIMUL8 calcula a variância amostral dividindo a soma dos quadrados por n e não por $n-1$. Confirme isso, através de **Help / Search for help on... Accuracy of results**).

<i>Work Items: Estadia no sistema (minutos)</i>		
Réplica	Média (m)	Desvio-padrão (sd)
1	5.64	2.64
2	5.47	2.51
3	5.55	2.30
4	5.31	2.32
5	4.94	1.83

- Repita a operação, para mais quatro *runs* independentes, e complete a tabela de resultados;

Vai verificar que, apesar das diferenças anotadas na tabela, a distribuição dos tempos no sistema é aproximadamente a mesma, independentemente da réplica.

Se pretendesse obter estimativas mais finas em cada réplica, teria de aumentar as dimensões da amostras que, no caso, seria equivalente a aumentar o tempo de recolha de informação (recorde que nesta altura está em 7 dias e 24 horas por dia e, portanto, 1440 minutos). Vamos passar a coligir informação por um período de 100 dias, ou seja, 144000 minutos.

- Coloque a sequência dos números aleatórios em 1;
- Em **Clock / Clock Properties; Results Collection Period** escreva 144000;
- Retorne ao modelo e execute-o;

- Repita a operação alterando de cada vez a sequência dos números aleatórios, e complete a tabela seguinte (nota: se quiser tornar o processo semi-automático, clique em **Auto change random numbers on EVERY restart** na janela **Random Sampling Parameters** que aparece na sequência **Trials / Random Sampling**. Deste modo, cada vez que executar uma simulação, o número da sequência incrementa-se de uma unidade. Fazendo esta operação 5 vezes, terá completado a experiência. Não se esqueça de anotar os resultados antes de nova execução).

Work Items: Estada no sistema (minutos)		
Amostragem por 144000 minutos		
Run	Média (m)	Desvio-padrão (sd)
1	5.25	2.28
2	5.23	2.24
3	5.21	2.23
4	5.17	2.20
5	5.19	2.19

Veja agora como os diferentes valores estão mais próximos uns dos outros.

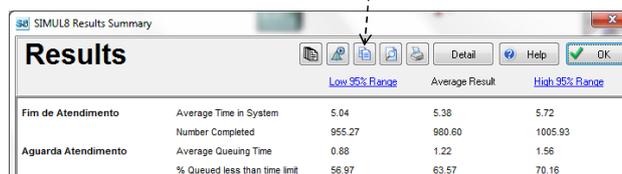
- Faça **Results Collection Period** igual a 1440;
- Coloque a sequência dos números aleatórios em 1;
- **Reset** e guarde o ficheiro com o mesmo nome, Call Center 5.

3.6 Utilização do EXCEL

Quando faz um teste (*trial*), ou seja, executa mais do que um *run* da simulação, o SIMUL8 não lhe permite o acesso automático das estatísticas geradas em cada *run* individualmente, com excepção do último. Contudo, os resultados de todos os *runs* podem ser copiados para uma folha excel.

- Verifique que o **Results Collection Period** é igual a 1440;
- Verifique que **Warm Up Period** permanece em 480 minutos;
- **Trial / Conduct Trial**; Considere **Number of Runs in Trial** igual a 5 e verifique que o **Base Random Number Set** é igual a 1;
- **Run Trial** (pretende-se que obtenha os resumos seguintes; se for o caso, faça as modificações convenientes para ficar apenas com essa informação, actual em **Detail**).

Copy the Results to Clipboard



- Na janela **Results Summary** clique em **Copy the Results to Clipboard**;
- Abra uma folha excel, e cole os resultados (poderá ser-lhe vantajoso não colar logo na célula A1, mas fica ao seu critério). Vai obter

Simulation Object	Performance Measure	Run 1	2	3	4	5	-95%	Average	95%
Fim de Atendimento	Average Time in System	5.64	5.47	5.55	5.31	4.94	5.04	5.38	5.72
	Number Completed	968	972	1007	997	959	955.27	980.60	1005.93
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	1.47	1.29	1.39	1.17	0.77	0.88	1.22	1.56
	% Queued less than time limit	57.63	64.92	59.86	63.99	71.43	56.97	63.57	70.16

Quando possível, confirme os resultados deste quadro com os que obteve manualmente. Sabe como se obtém os limites do intervalo de confiança a 95%, 5.04 e 5.72? A que grandeza de refere esse intervalo de confiança? Tenha em atenção que os valores da folha excel dizem respeito à penúltima tabela que construiu, com **Results Collection Period** igual a 1440.

Cada um dos tempos médios de permanência no sistema (*Average Time in System*), $m_1=5.64$, $m_2=5.47$, etc., foram calculados com base no número de chamadas completadas (*Number Completed*), $m_1=986$, $m_2=972$, e assim por diante. Pode então pensar neste problema como se tratasse de uma ANOVA. Cada réplica representa um tratamento e, no caso, temos $k=5$ tratamentos. A média global m_g é igual à média das médias, estas ponderadas pelas respectivas dimensões amostrais,

$$m_g = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \times m_i}{N} = 5.38$$

em que N é a dimensão da amostra global, ou seja, a soma

$$N = \sum_{i=1}^k n_i = 4903.$$

Vamos admitir que se verifica a hipótese da igualdade de variâncias, o que é razoável, dado que a distribuição parente dos diversos *runs* é a mesma. Podemos então calcular a variância comum, ponderando (*pooled*) as estimativas das variâncias de cada um dos *runs*,

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \times s_i^2}{N - k},$$

em que $s_1=2.64$, $s_2=2.51$, etc.,

Efectuando os cálculos, obtemos $s_p=2.34$, pelo que um intervalo de confiança a 95% para o verdadeiro valor do tempo médio de permanência no sistema é dado por

$$m_g \pm 1.96 \times s_p \times \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i}} = 5.38 \pm 0.33.$$

À parte pequenos erros de arredondamento, os resultados coincidem. Alternativamente, poder-se-ia calcular o intervalo de confiança referido através da fórmula

$$m_g \pm 1.96 \times \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{s_i^2}{n_i}},$$

e os resultados pouco difeririam dos anteriores. Há apenas uma ressalva: no primeiro dos dois casos, o número de graus de liberdade é igual $N-k$; no último, esse número não é fácil de determinar, existindo até fórmulas para o seu cálculo aproximado e, em seguimento, a utilização de uma distribuição t-Student também ela como aproximação. Uma nota importante: o quantil de 97.5% de probabilidade desta distribuição com $N-k=4893$ é igual a 1.960448.

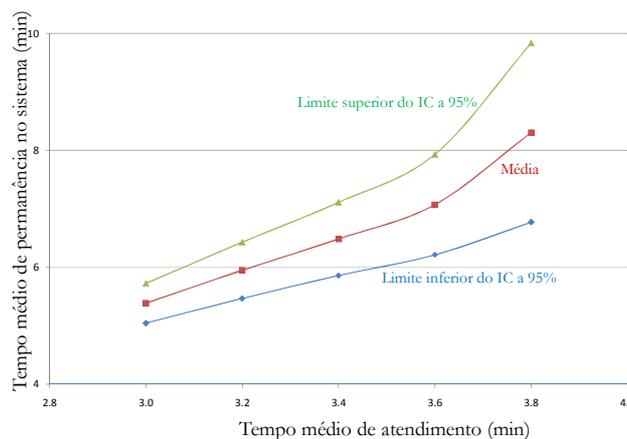
Suponha agora que quer medir o tempo médio de permanência no sistema em função do tempo médio de atendimento, para o qual postulou uma distribuição teórica Erlang-4. Suponha ainda que quer testar os tempos médios de atendimento 3.2, 3.4, 3.6 e 3.8 minutos.

- **Objects / Distributions** e seleccione TempoAtendimento;
- Altere **Average** para 3.2, e execute a simulação;
- Copie os resultados para o *Clipboard* e cole-os na sua folha excel;
- Repita a operação para os tempos médios 3.4, 3.6 e 3.8;
- Elabore, na folha excel, um gráfico dando conta da relação pretendida.

Poderá construir um quadro assim,

Tempo médio de atendimento	Limite inferior do IC a 95%	Média	Limite superior do IC a 95%
3.00	5.04	5.38	5.72
3.20	5.46	5.95	6.43
3.40	5.86	6.48	7.11
3.60	6.21	7.07	7.93
3.80	6.77	8.30	9.84

e a correspondente representação gráfica



Veja que a incerteza do tempo médio de permanência no sistema vai aumentando à medida que os operadores vão levando mais tempo a atender as chamadas.

- Recoloque o tempo médio em 3.0 minutos;
- Faça **Reset**, e guarde o ficheiro ainda com o nome Call Center 5.

3.7 Variabilidade em Experiências de Simulação

Existem três níveis de variabilidade a que se pode sujeitar uma experiência de simulação:

- Ao nível mais baixo, o dos *work items*, a variabilidade é conseguida ao atribuir distribuições de probabilidade a diversas variáveis em jogo, como por exemplo, o tempo de espera numa fila ou o de permanência no sistema. De modo que cada *work item* tem, por assim dizer, um comportamento próprio (e.g. programação das distribuições de probabilidade dos diversos objectos);
- A um nível intermédio, quando se simulam actividades do sistema em diferentes períodos de funcionamento, dia-a-dia, semana a semana, etc. (e.g. passagem do **Results Collection Period** de 1440 para 144000);
- Num nível superior, induzindo variabilidade entre diferentes *runs*, actuando sobre sequências de números aleatórios, sem contudo alterar as distribuições subjacentes e, assim, construir diversos intervalos de confiança para as grandezas teóricas em estudo (e.g. **Trial / Conduct Trials**).

4 Funcionalidades Avançadas do SIMUL8

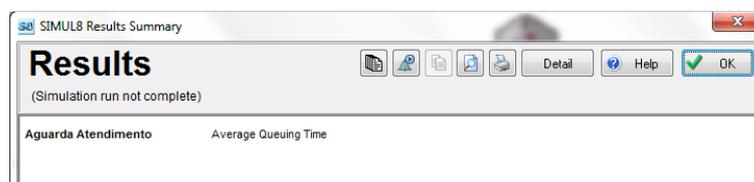
O capítulo anterior serviu para uma apresentação global do *software* SIMUL8 numa lógica progressiva e, naturalmente, elementar. Vamos ver a seguir algumas funcionalidades adicionais do programa e que permitem compor um modelo mais realista. Vamos continuar a utilizar os modelos que construímos anteriormente, e tentar introduzir neles diversas complexidades. As secções que se seguem não têm agora um carácter progressivo, e podem ser consultadas por ordem diversa da que são apresentadas.

4.1 Saídas Múltiplas

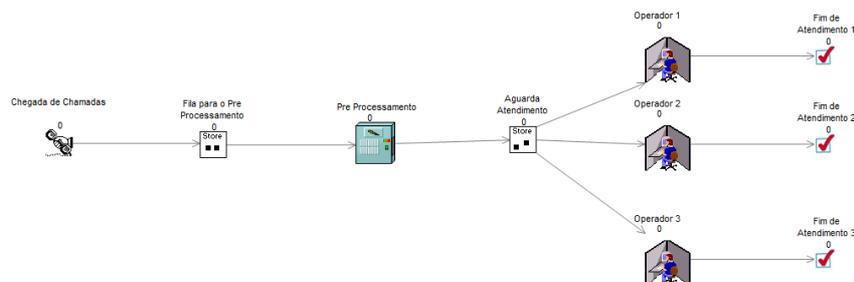
Vamos recuperar o modelo guardado em ficheiro com o nome Call Center 4, e proceder a algumas modificações. Suponhamos agora que existem três "portas" de saída, uma para cada operador. Quer isto dizer que existem 3 *work exit points*.

- Abra o ficheiro Call Center 4;
- Em **Objects / Distributions** verifique que a distribuição TempoAtendimento tem a média igual a 3, caso contrário, fixe-a em 3;
- Em **Results / Results Summary** tecla direita do rato sobre **%Queued less than time limite**, e seleccione a opção **Delete from Summary** para apagar essa informação;
- Repita o processo, deixando apenas **Average Queuing Time** relativo ao objecto Aguarda Atendimento;

Certifique-se que tem o seguinte quadro de resumos:



- Altere o nome do objecto Fim de Atendimento para Fim de Atendimento 1;
- Tendo as setas de ligação visíveis, pressione a tecla **ctrl** sobre este objecto e efectue duas cópias do mesmo;
- Apague as setas de ligação que estiverem a mais, e trate do aspecto gráfico para obter um modelo assim desenhado:



- Confirme que o **Warm Up Period** é de 480 minutos e que o **Results Collection Period** de 1440;
- Execute o modelo usando 10 *runs* diferentes; faça-o actuando sobre **Trials / Random Sampling** e a opção **Auto Change random numbers on EVERY restart**, a iniciar na primeira;

Vai verificar que os dois primeiros operadores dão vazão aproximadamente a um mesmo número chamadas, enquanto que o Operador 3 tem um comportamento diferente (tente encontrar uma explicação para este facto, verificando as distribuições com que estão programados os 3 objectos).

- Desactive a opção **Auto Change random numbers on EVERY restart** recolocando a primeira sequência em 1;
- **Reset** e guarde o ficheiro com o mesmo nome, Call Center 4;

Faça uma cópia de segurança deste ficheiro, designando-a Call Center 4_SEGUR (use **File / Save as...**).

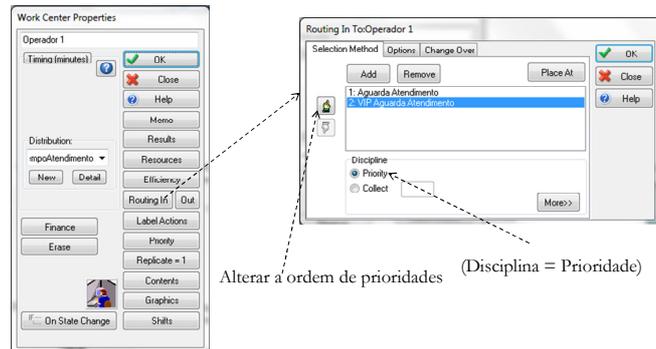
4.2 Prioridades

4.2.1 *Work items* em filas

De uma forma geral, os *work items* têm a mesma prioridade, a não ser que esta opção seja alterada pelo utilizador. Suponha que existem em média 12 chamadas por hora (tempo médio entre chegadas, 5 minutos) que utilizam um número especial, e que lhes confere prioridade no atendimento. Vamos designar essas chamadas genericamente VIP. Podemos então atribuir um *work entry point* para essas chamadas e parametrizar as respectivas prioridades.

- Abra o ficheiro Call Center 4 e salve-o agora com o nome Prioridade 1;
- Certifique-se que as setas estão visíveis, e duplique os primeiros quatro objectos (demarque-os e depois **tecla direita do rato; Copy; tecla direita do rato; Paste**);
- Altere os nomes dos objectos, e estabeleça as ligações para os operadores, usando o ícone , que funciona em modo *toggle* (comutação circular);
- Duplo clique sobre o novo *work entry point* e altere-lhe o nome para Chegada de Chamadas VIP e, na distribuição exponencial, altere a média entre chegadas para 5 minutos;
- Duplo clique sobre o Pre Processamento 2 e **Graphics; Work Items's Image on Exit**; seleccione a imagem GREENB.BMP da pasta **old_images** e retorne ao modelo;
- Atribua o nome Pre Processamento VIP ao Pre Processamento 2;
- Execute o modelo, para se certificar do seu correcto funcionamento;
- Seleccione o Operador 1 e clique em **Routing In** e na opção **Selection Method** verifique que **Discipline** está em modo **Priority**; use os ícones da mão para dar mais prioridade às chamadas VIP;
- Retorne ao modelo, e repita o procedimento para os outros dois operadores;
- Salve o modelo, mantendo o nome Prioridade 1;

- Execute-o em velocidade baixa; verifique que as chamadas VIP são despachadas com maior rapidez, quer dizer, têm prioridade sobre as outras.



4.2.2 Work centers

Por omissão, o SIMUL8 programa os *work centers* com prioridade igual a 50. Este valor pode contudo ser alterado para qualquer outro inteiro da gama 0-100. A valores mais altos correspondem prioridades mais altas. As situações de prioridade podem ocorrer quando há competição por recursos ou quando se quer privilegiar parte desses objectos na transformação de *work items*.

As prioridades dos *work centers* podem ser alteradas de duas formas:

- usando o método **Label**, onde se escolhe e se atribui uma etiqueta. Sempre que haja dois ou mais *work items* numa fila, é-lhe verificada a etiqueta. O valor da etiqueta (0-100) é usado como critério de prioridade para a requisição de recursos. Um *work item* com uma etiqueta de valor superior definirá a prioridade para o ou os recursos necessários à sua transformação. Para já não vamos explorar este aspecto;
- usando o método **Fixed**, que permite ordenar os *work centers* pela importância, como veremos já a seguir

Suponha agora que o Operador 3 é usado como reserva dos dois outros operadores, e só entra em serviço quando estes se encontram ocupados. Assim, o Operador 3 pode, por exemplo, realizar outras tarefas enquanto não é solicitado.

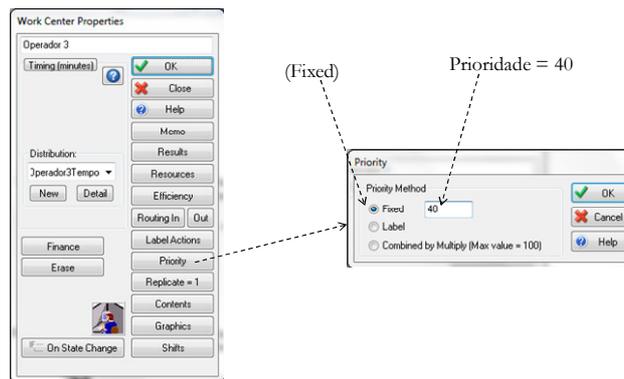
- Abra o ficheiro Prioridade 1, e execute-o no modo **Trial** para 20 *runs*, a iniciar na sequência 1;
- Acrescente na folha de resumos a informação sobre o número de chamadas completas de cada um dos operadores;
- Registe a informação da folha de resumos;

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	6.73	8.65	10.57
Fim de Atendimento 1	Number Completed	429.57	435.35	441.13
Fim de Atendimento 2	Number Completed	427.76	434.85	441.94
Fim de Atendimento 3	Number Completed	374.21	378.75	383.29

- Faça **Reset** e salve o ficheiro com o nome Prioridade 2;

Vamos então alterar o regime de prioridades de modo a que o Operador 3 entre no sistema quando necessário;

- Duplo clique sobre o objecto Operador 3;
- Na opção **Priority**, assegure-se de que o **Priority Method** está no modo **Fixed**, e altere o seu valor para 40 (qualquer valor abaixo de 50 serviria o propósito);
- Retorne ao modelo;
- Verifique que a prioridade de cada um dos outros dois operadores é igual a 50;
- Execute um teste (**Trial**) nas mesmas condições que anteriormente;



- Registe a informação da folha de resumos.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	6.59	8.33	10.06
Fim de Atendimento 1	Number Completed	436.71	441.95	447.19
Fim de Atendimento 2	Number Completed	433.26	440.00	446.74
Fim de Atendimento 3	Number Completed	360.49	366.55	372.61

Veja-se que o número de chamadas do Operador 3 é inferior ao observado no regime anterior. O tempo médio de espera para o atendimento é agora mais baixo, porque a distribuição de probabilidades associada ao Operador 3 tem dispersão maior que a dos outros dois. Embora pareça paradoxal, diminuindo a "oferta", melhora-se o desempenho. A amplitude do intervalo de confiança a 95% no primeiro caso é de 3.84 minutos e no segundo de 3.47.

Passa a distribuição do Operador 3 para TempoAtendimento e volte a repetir a experiência. Se o número de chamadas fosse inferior, seria mais notória a fraca intervenção do Operador 3. Vamos aumentar o tempo médio entre chegadas para 3 minutos.

- Duplo clique sobre o objecto Chegada de Chamadas;
- Altere a média da distribuição exponencial para 3;
- Repita a experiência e registe os resultados;

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.44	0.49	0.54
Fim de Atendimento 1	Number Completed	284.39	288.45	292.51
Fim de Atendimento 2	Number Completed	283.91	288.80	293.69
Fim de Atendimento 3	Number Completed	177.53	184.25	190.97

- **Reset** e guarde o ficheiro, ainda com o nome Prioridade 2;
- Feche o modelo.

4.3 Interrupções

De uma forma geral, os sistemas físicos estão sujeitos a interrupções de naturezas diferentes (e.g. para manutenção, em caso de avaria, etc.). Algumas dessas interrupções podem estar programadas (*scheduled*) e outras não e, por isso, se dizem extemporâneas (*unscheduled*). Em todo o caso, uma interrupção implica uma paragem do sistema ou de uma parte. O conceito de *efficiency* vai ser importante para alterar a eficiência de um elemento do sistema.

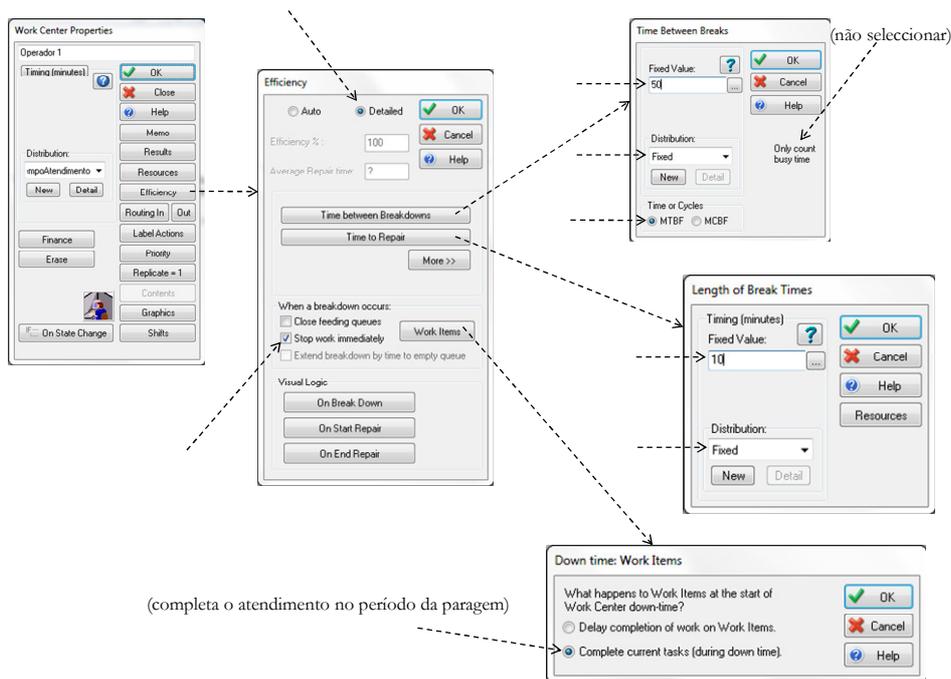
No SIMUL8 as paragens são definidas quer por uma distribuição entre paragens quer por uma distribuição da amplitude das paragens.

4.3.1 Programadas a tempos regulares

Suponha que o Operador 1 pára 10 minutos a cada hora de trabalho, para fumar. Se na altura de uma interrupção o operador estiver a atender, a chamada será completada no período da interrupção (não se espere que se diga ao interlocutor "agora a sua chamada vai ficar em espera por 10 minutos, enquanto vou fumar um cigarrito").

- Abra o ficheiro Call Center 4 e salve-o com o nome Interrupcao 1;
- Altere a distribuição do Operador 2 para TempoAtendimento (assim ficam todas iguais);
- Duplo clique no objecto Operador 1 e, na janela **Work Center Properties**, clique em **Efficiency**;
- Na janela **Efficiency**, active a opção **Detailed** o que lhe permitirá escolher uma distribuição para as paragens;
- Ainda na mesma janela accione a opção **Stop work immediatly**;
- Clique na opção **Work items** e, na janela subsequente, active a opção **Complete current tasks (during down time)**;
- **OK**, e retorne à janela **Efficiency**;
- Clique em **Time to Repair** e, na janela **Length of Break Times**, escolha a distribuição **Fixed**, para um valor fixo de 10 minutos (quer dizer que leva 10 minutos a reparar a avaria, o que é mesmo a afirmar que o operador em questão vai estar parado por 10 minutos);
- Não seleccione a opção **Only count busy time**;
- **OK**, e retorne à janela **Efficiency**;
- Clique em **Time between Breakdowns** (tempo entre paragens);

- Na janela **Time Between Breaks**, accione a opção **MTBF** (*mean time between failures*) quer dizer, tempo médio entre falhas (nota: tenha em atenção que o SIMUL8 utiliza a nomenclatura clássica de um sistema industrial);
- Na mesma janela, **Fixed Value** igual a 50 minutos e uma distribuição **Fixed** (acaba de dizer ao SIMUL8 que o seu sistema vai sofrer uma avaria de 50 em 50 minutos; anteriormente já o tinha alertado que o tempo de reparação é exactamente igual a 10 minutos: "exactamente" porque escolheu uma distribuição fixa e "igual" porque escolheu um tempo igual a 10 minutos);
- Retorne ao modelo.

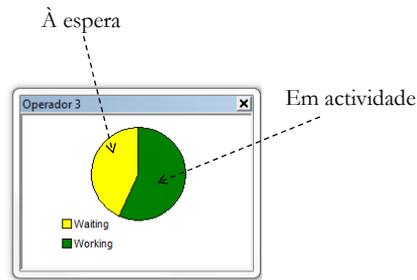


Somando 50 minutos de operação com 10 minutos de "reparação" tem então um operador a interromper a sua actividade 10 minutos num período de uma hora.

Notar que na janela **Time Between Breaks** teria ainda a opção **MCBF** (*mean cycles between failure*) que quer dizer número de ciclos entre avarias. No exemplo que estamos a considerar poderia, por exemplo, dar um descanso a cada operador a cada grupo de 40 chamadas atendidas. O ciclo seria então 40 chamadas. Teria obviamente que definir o tempo de paragem entre ciclos, na mesma lógica que para a opção **MTBF**.

A opção **Only count busy time**, que não foi seleccionada, assume que o próximo período de manutenção se inicia depois de o elemento estar a funcionar durante 50 minutos, excluindo o tempo em que não esteve em actividade (*idle*). Quer dizer, não são contabilizados os tempos mortos de cada operador, tempos esses devidos à não existência de qualquer chamada. Por outras palavras, é contabilizado o tempo efectivo de actividade. No nosso exemplo, o próximo período de manutenção inicia-se depois de um período fixo de 50 minutos, independentemente de o operador estar ou não em actividade. Assim, e supondo que não existe nenhuma chamada no período de paragem, o Operador 1 estará em actividade, por exemplo, nos períodos 9:00H - 9:50H, 10:00H - 10:50H, etc. e estará em

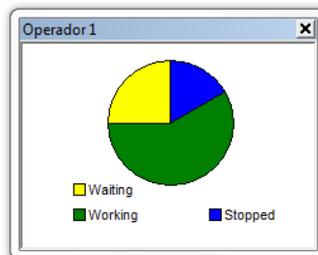
manutenção nos períodos 9:50H - 10:00H, 10:50H - 11:00H, etc.. Vamos detalhar um pouco mais, exemplificando agora com o Operador 3. Suponha que o diagrama de actividade do Operador 3 é dado pela gravura



Se seleccionasse a opção **Only count busy time**, o contador do tempo de actividade pararia sempre que o Operador 3 não estivesse a atender qualquer chamada, ou seja, enquanto estivesse à espera. Não a seleccionando, faz com que o mesmo contador não preste atenção à actividade do Operador 3, mas tão somente ao relógio.

É de salientar que o tempo de manutenção será mais curto que os 10 minutos programados, se o operador estiver a completar alguma chamada entretanto iniciada; o retorno à actividade pode não se dar logo a seguir ao período de manutenção, se não existirem chamadas em fila.

- Execute o modelo, a uma velocidade suficientemente baixa, para se dar conta da paragem do Operador 1; pode inclusivamente acompanhar o funcionamento através do gráfico de actividade: duplo clique sobre o objecto; **Results**; clique no ícone  para obter



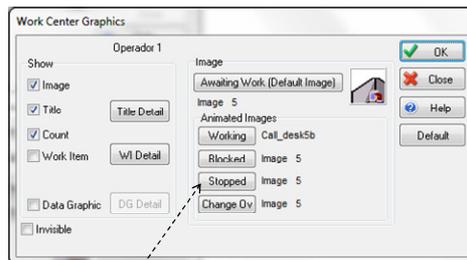
onde se assinala a fatia correspondente ao tempo de manutenção (**Stopped**). É capaz de dar uma estimativa da percentagem desse tempo na actividade do Operador 1? Veja: se este objecto pára 10 minutos por hora, serão 10 em cada 60 minutos e, portanto, 16.67%. Faça um **Trial** e confirme este resultado. Vai obter

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.96	1.40	1.85
Operador 1	Waiting %	20.84	23.45	26.05
	Working %	57.28	59.89	62.49
	Blocked %	0.00	0.00	0.00
	Change Over %	0.00	0.00	0.00
	Stopped %	16.67	16.67	16.67
	Off Shift %	0.00	0.00	0.00

onde se verifica **Stopped % = 16.67%**. Encontra alguma explicação para o facto de os limites do intervalo de confiança serem iguais e iguais à média?

À semelhança do que fez anteriormente, pode atribuir uma imagem gráfica ao Operador 1, sempre que este está parado (recorde-se que parado significa em manutenção).

- Duplo clique sobre o objecto Operador 1;
- Em **Graphics**, escolha a opção **Stopped** em **Animate Images**, na janela **Work Center Graphics**;



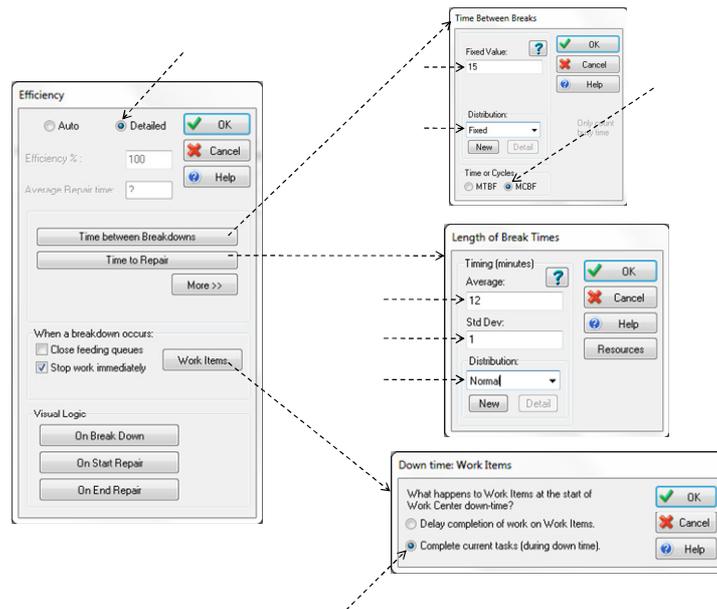
- Na caixa de diálogo **Image**, clique em **Add from Library**, e escolha **... \Simul8 \examples \images \Office \chair1.bmp**;
- **Clock / Clock Properties** e coloque **Warm Up Period** em 0 e **Results Collection Period** em 240 minutos;
- Retorne ao modelo;
- Coloque o relógio do sistema num local mais destacado, sem tapar nenhum objecto ou seta;
- Execute a simulação numa velocidade baixa, para verificar que, no tempo da manutenção (o primeiro ocorre ao minuto 50), o Operador 1 se transforma numa cadeira vazia;
- Seleccione o Operador 1 (faça apenas um clique sobre o objecto);
- Clique sobre o ícone **Make Time Graph**, na barra de ferramentas, e dê mais largura ao gráfico;
- Use a opção **Clock / Change Random Nos and Run** para mudar as sequências de números aleatórios, de cada vez que é activada; confirme em **Trials / Random Sampling**, que o número das sequências vai-se incrementando;
- Analise o gráfico de funcionamento do Operador 1, para as várias sequências;
- Altere o tempo de reparação e o período entre paragens para 30 minutos, e execute a simulação para várias sequências de números aleatórios;
- Reponha os valores iniciais, 10 e 50 minutos, respectivamente;
- **Reset** e salve o ficheiro ainda com o nome Interrupcao 1.

4.3.2 Programadas a ciclos regulares

Diferentemente do caso anterior, vamos considerar agora a possibilidade de um objecto cessar a sua actividade temporariamente, depois de ter processado um certo número de *work items*. O número pode ser aleatório - atribua-se-lhe então uma distribuição - ou não. Vamos supor que o Operador 2 faz uma pausa de 12 minutos, depois de ter processado 15 *work items* (chamadas).

- Abra o ficheiro Interrupcao 1 e salve-o com o nome Interrupcao 2;

- Duplo clique sobre o objecto Operador 2 e active a janela **Efficiency**;



- Na janela **Efficiency**, **Work Items; Complete current tasks (during down time)**; **OK** para retornar à janela;
- **Time to Repair**; escolha a distribuição normal com parâmetros (12,1); **OK**;
- **Time between Breakdowns**, escolha a distribuição **Fixed** com valor 15 e, na opção **Time or Cycles**, escolha **MCBF** (*mean cycles between failures*);
- Altere a imagem do modo parado (**Stopped**) para ...\Simul8 \examples \images \Office \chair1.bmp à semelhança do Operador 1;
- Active a janela gráfica do funcionamento do Operador 2, clicando em **Make Time Graph**;
- Execute a simulação a uma velocidade baixa, e verifique que ao fim de 50 minutos o Operador 1 pára a sua actividade por 10 minutos e que o Operador 2 fá-lo a cada 15 chamadas processadas (aproximadamente em intervalos de 70-80 minutos);
- Repita a operação para diferentes sequências de números aleatórios (preste atenção ao possível engarrafamento na Fila para o Atendimento);
- Aumente o tempo médio de paragem do Operador 2 para 30 minutos (**Length of Break Times**) e preste de novo atenção ao engarrafamento;
- Reponha o tempo médio anterior em 12 minutos, coloque a sequência dos números aleatórios em 1 e salve o ficheiro com o nome Interrupcao 2.

4.3.3 Não programadas

Vejamos agora como proceder quando se pretende simular interrupções não programadas de uma parte do sistema. Suponhamos que o Operador 3 é chamado, de uma forma aleatória, para atender a situações de urgência nos serviços. E isso acontece em média a cada 90 minutos, dos quais 15 correspondem ao atendimento de urgência. Vamos continuar a admitir que a interrupção ocorre depois de se completar a chamada em curso, caso exista.

- Programe os tempos de paragem do Operador 3 da seguinte forma: **Complete current tasks (during down-time)**; **Length of Break Times** distribuição normal com parâmetros (15,2); **Time Between Breaks MTBF**; **Distribution Exponential** com média 75 minutos ($75=90-15$); retorne ao modelo;
- Coloque a imagem do Operador 3 igual aos dos outros dois operadores, quando se encontra interrompido;
- Com o Operador 3 seleccionado, clique no ícone **Make Time Graph**;
- Execute a simulação e observe o comportamento do Operador 3;
- Repita o processo para diferentes sequências de números aleatórios, através do comando **Clock / Change Random Nos and Run**;

Vai reparar que, enquanto os operadores 1 e 2 interrompem as respectivas actividades em alturas conhecidas, o Operador 3 pára de uma forma aleatória (aqui, com uma distribuição exponencial para MTBF). Se a paragem dos três operadores coincidir, notar-se-á um maior engarrafamento na Fila para o Atendimento.

- **Reset** e salve o ficheiro com o nome Interrupcao 3;
- Feche o modelo, **File / Close**.

4.4 Recursos, Fluxos Variáveis e Turnos (*Shifts*)

- Recupere o ficheiro Call Center 4 e guarde-o com o nome Recursos 1;
- Faça um teste (**Trial**) com 20 *runs*, um **Warm Up Period** de 480 e **Results Collection Period** de 1440, para obter médias e intervalos de confiança a 95% para os parâmetros:
 - Tempo médio de espera (**Average Queuing Time**) em **Aguarda Atendimento**;
 - Percentagem associada a 1 minuto na fila dos operadores (**Percentage within time limit** (1 minute) para **Aguarda Atendimento**);
 - Número de chamadas atendidas para cada um dos operadores;
- Registe a informação obtida.

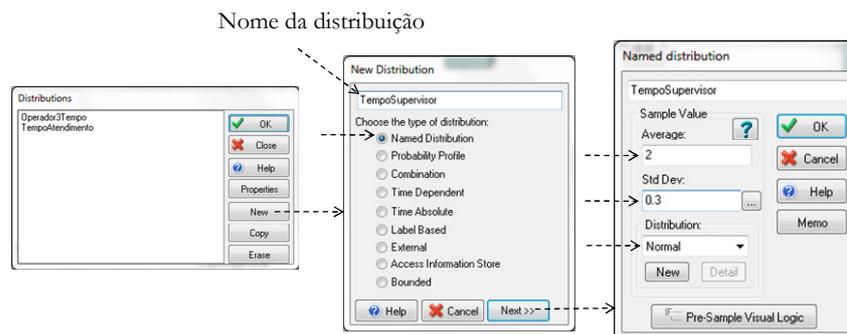
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.86	0.98	1.10
	% Queued less than time limit	67.34	69.71	72.08
Operador 1	Number Completed Jobs	314.95	320.40	325.85
Operador 2	Number Completed Jobs	313.45	321.45	329.45
Operador 3	Number Completed Jobs	317.81	321.85	325.89

4.4.1 Um único recurso para duas operações sucessivas

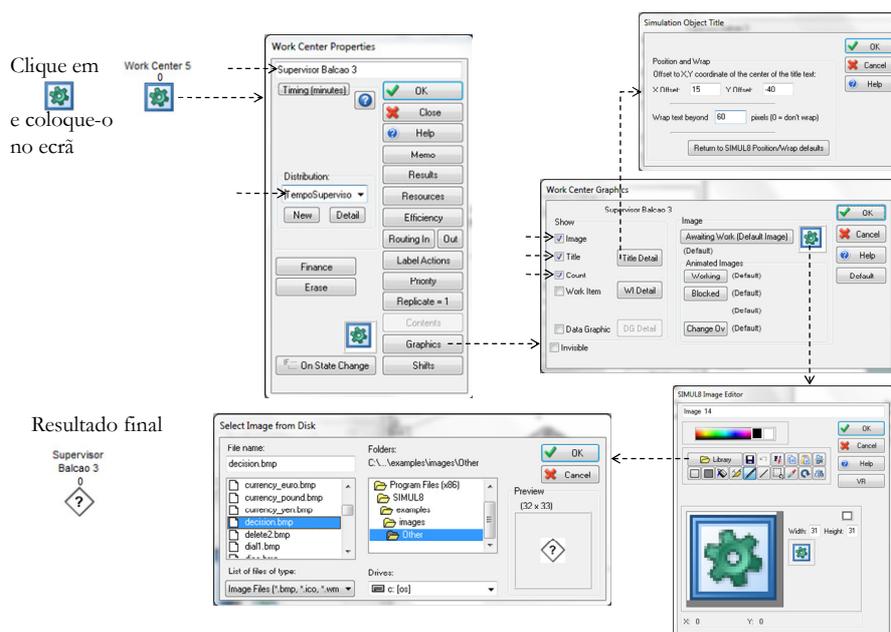
Assuma que o Operador 3 necessita de reportar a um balcão de supervisão uma vez em cada cinco chamadas (20% em média), mantendo essa chamada activa enquanto decorre o relato. Essa tarefa ocupa em média 2 minutos, com uma margem de erro (leia desvio-padrão) de 0.3 minutos, com a chamada em linha. Assumimos, ainda, que quer o Operador 3 quer esse balcão de supervisão necessitam de um recurso, que designamos por Supervisor

3, para levar a cabo a sua actividade. Vamos então modelar a actividade que está condicionada à disponibilidade de um recurso. O ficheiro activo é Recursos 1.

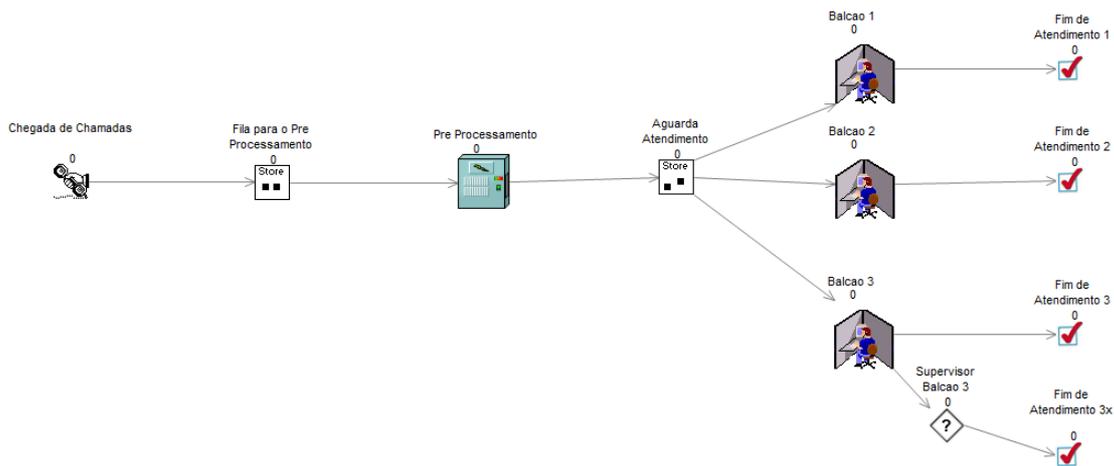
- **Objects / Distributions;**
- Na janela **Distributions**, escolha **New** e seguidamente **Named Distribution**;
- Atribua o nome TempoSupervisor à distribuição que vai atribuir ao tempo ocupado com o supervisor;
- Escolha a distribuição normal, com parâmetros (2,0.3), e retorne ao modelo (vai verificar que a janela **Distributions** foi actualizada com a nova distribuição que criou);



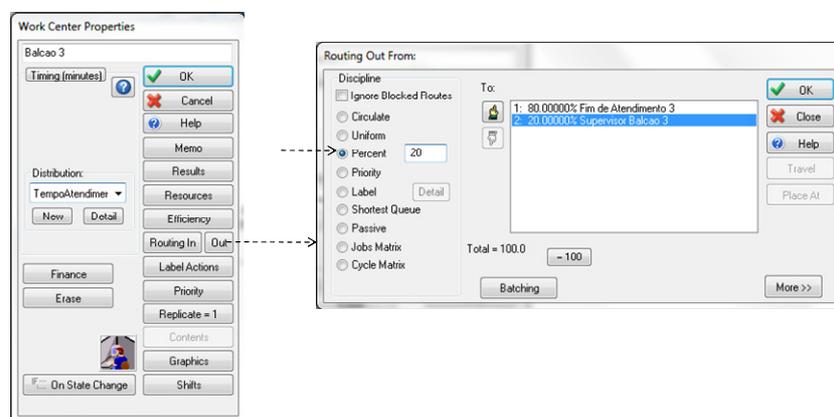
- Designe os operadores por balcões (nota: na prática trata-se de balcões) ou seja, Operador i passa a designar-se Balcao i, $i = 1, 2, 3$ (não use caracteres acentuados);
- Crie um novo *work center* nas proximidades do Balcao 3, e
 - Designe-o Supervisor Balcao 3;
 - Atribua-lhe a correspondente distribuição;
 - Altere-lhe a imagem para ...\Simul8\examples\images\Other\decision.bmp;
 - Considere as opções gráficas **Image**, **Title** e **Count**;
 - Formate o título com as coordenadas (15, -40, 60);



- Crie um novo *work exit point*
 - Designe-o Fim de Atendimento 3x;
 - Atribua-lhe a imagem ...\Simul8\examples\images\InOutPoints\answer_good4.bmp;
 - Use o mesmo ícone que dos outros *exit points*;
- Estabeleça ligações entre Balcao 3 e Supervisor Balcao 3 e entre este e Fim de Atendimento 3x; vai obter um modelo assim desenhado:



- No objecto Balcao 3 altere a regra de **Routing Out** para **Percent** com 80% para Fim de Atendimento 3 e 20% para Supervisor Balcao 3;



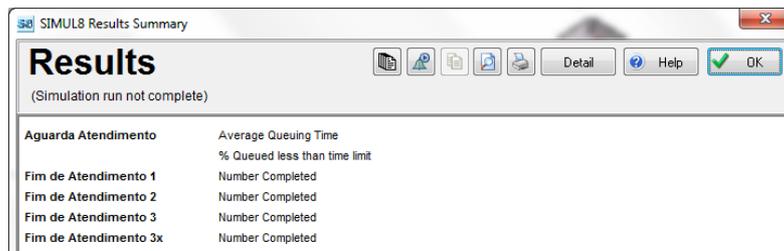
Antes de criar um recurso, faça uma experiência com o modelo assim desenhado, que significa que quando uma chamada é transferida para o balcão de supervisão (identificado no diagrama como Supervisor Balcao 3), o Balcao 3 fica imediatamente disponível para atender uma nova chamada. Insista-se: relativamente ao Balcao 3, o modelo assim como está processa em média 80% das chamadas através do operador correspondente e as restantes 20% são processados pelo balcão de supervisão. É o que está expresso na janela **Routing Out Form**.

- Execute uma simulação e, como sempre, primeiro a uma velocidade baixa e a seguir em modo mais acelerado;

Deve verificar que o número de chamadas atendidas pelo balcão de supervisão é sensivelmente igual a 20% do total do Balcao 3. Pode adicionalmente dar-se o caso de o Balcao 3 e o balcão de supervisão estarem ocupados ao mesmo tempo. Se não teve oportunidade de verificar isso, repita a experiência.

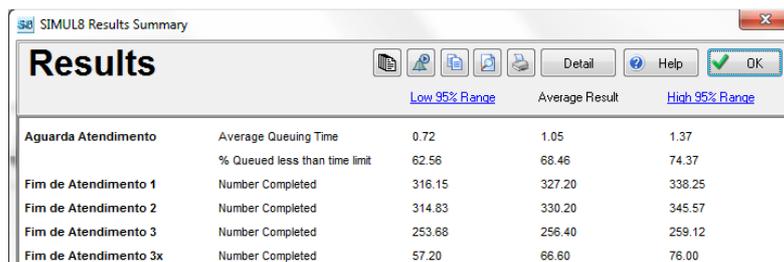
- Faça um teste (**Trial**) com 5 *runs*, um **Warm Up Period** de 480 e **Results Collection Period** de 1440, para obter médias e intervalos de confiança a 95% para os parâmetros:
 - Tempo médio de espera (**Average Queuing Time**) em **Aguarda Atendimento**;
 - Percentagem associada a 1 minuto na fila dos operadores (**Percentage within time limit** (1 minute) para **Aguarda Atendimento**);
 - Número de chamadas completadas por cada um dos balcões e também pelo supervisor, ou seja, para os *exit points* Fim de Atendimento 1, 2, 3 e 3x;

A folha de resumos actualizada com estes parâmetros ficará com a seguinte informação, a ser completada no fim do teste:



(não se esqueça: use a opção **Detail** para escolher a informação desejada, e sobre a informação concreta use a tecla direita do rato para seleccionar / não seleccionar).

- Execute a simulação, e registe as estatísticas observadas.



De momento, vamo-nos desviar do nosso objectivo primeiro, que é a definição de recursos no SIMUL8, e tentar reproduzir o quadro dos resumos das diferentes distribuições em jogo. Faça um *trial* de 5 *runs* à mão, e registe de cada vez os valores obtidos na folha de resumos. Poderá usar a facilidade de copiar os resultados para o *Clipboard* e colá-los numa folha excel.

- **Trials / Random Sampling** e active a opção **Auto change random numbers on EVERY restart**; certifique-se que **Random Stream Set Numbers** se encontra em 1;
- Execute a simulação 5 vezes, registando os resultados obtidos em cada execução;

- Construa no Excel um quadro semelhante a este:

Simulation Object	Performance Measure						Desvio-	DP da	DP da	LI	LS	
		1	2	3	4	5	Média	Padrão	Média	Média * q	IC(95%)	IC(95%)
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.88	1.43	1.04	0.74	1.14	1.05	0.26	0.12	0.33	0.72	1.37
	% Queued less than time limit	70.37	61.13	68.04	74.19	68.59	68.46	4.76	2.13	5.91	62.56	74.37
Fim de Atendimento 1	Number Completed	332	334	334	314	322	327.20	8.90	3.98	11.05	316.15	338.25
Fim de Atendimento 2	Number Completed	327	349	335	323	317	330.20	12.38	5.54	15.37	314.83	345.57
Fim de Atendimento 3	Number Completed	254	258	254	258	258	256.40	2.19	0.98	2.72	253.68	259.12
Fim de Atendimento 3x	Number Completed	60	71	77	66	59	66.60	7.57	3.39	9.40	57.20	76.00

O valor do desvio-padrão da média obtém-se dividindo o valor do desvio-padrão (DP) da amostra pela raiz quadrada da dimensão amostral $n=5$. Sabe-se que a média das observações, m , devidamente normalizada segue (aproximadamente) uma distribuição normal padrão, se o desvio-padrão (sd) for conhecido, ou uma distribuição t-Student com $n-1$ graus de liberdade, se a quantidade referida for estimada através dos dados, como é o caso. Temos então,

$$\frac{m-\mu}{\frac{sd}{\sqrt{n}}} \cap t_{(n-1)} .$$

Um intervalo de confiança a 95% para μ , o verdadeiro valor da média, é dado por

$$m \pm q \times \frac{sd}{\sqrt{n}},$$

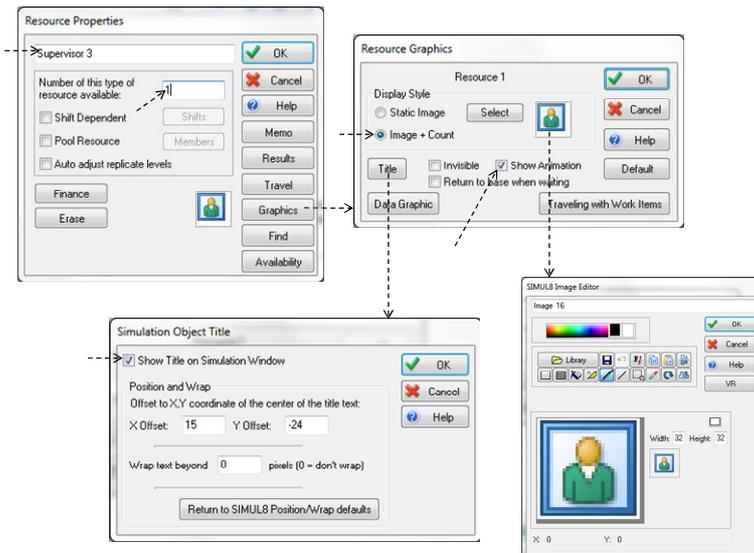
em que q é o quantil de 97.5% da distribuição t-Student com $n-1$ graus de liberdade. No caso presente temos $n-1=4$ a que corresponde $q = 2.776$. Confira todos os valores do quadro acima com os disponibilizados pelo SIMUL8. Como exercício, construa intervalos de confiança a 99% para os parâmetros indicados. Se quiser obter no SIMUL8 intervalos de confiança a 99%, coloque o cursor do rato sobre a expressão **High 95% Range** e comute para 99% usando a tecla direita do mesmo.

Create Resource

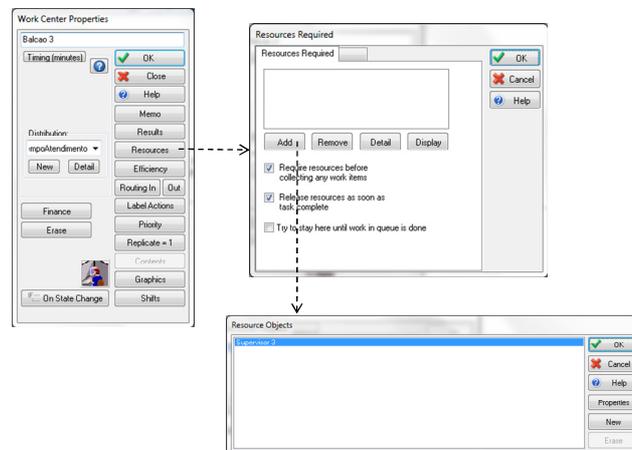
Vamos então programar um recurso e designá-lo Supervisor (3).



- Duplo clique sobre o objecto (Balcao 3);
- Use o ícone **Create Resource** e coloque o recurso próximo do Balcao 3;
- Duplo clique sobre o objecto (recurso) e, na janela **Resource Properties**, altere o nome para Supervisor 3 e, em **Number of this type of resource available**, coloque 1 (quer dizer, tem apenas um recurso desse tipo); clique em **Graphics**;
- Na janela **Resource Graphics**, escolha a opção **Image+Count**, para o **Display Style** (significa que quer visualizar a imagem e o número de chamadas);
- Confirme que a opção **Show Animation** está activa; caso contrário, active-a;
- Clique sobre a imagem do recurso, usada por omissão;
- Escolha a imagem `... \Simul8 \examples \images \People \Operator2a.bmp`, e retorne à janela **Resource Graphics**;
- Clique em **Title** e seleccione a opção **Show Title on Simulation Window**, e retorne ao modelo;



- Atribua o recurso criado, Supervisor 3, ao Balcao 3 e ao Supervisor Balcao 3 (lembre-se que este último objecto é um *work center*, um centro de operações): duplo clique no objecto Balcao 3 e
 - Clique em **Resources**;
 - Em **Resources Required**, clique em **Add**, e adicione o (único) recurso disponível, Supervisor 3;
 - Retorne ao modelo;
- Repita a mesma operação para o objecto Supervisor Balcao 3.



Neste momento, o recurso Supervisor 3 está ao serviço quer do Balcao 3 quer do Supervisor Balcao 3. Embora não seja necessário, pode-se adicionar aspectos gráficos que ajudam a tornar o modelo auto-explicativo. Vamos exemplificar.

- Na paleta de cores, tecla esquerda do rato para escolher a cor verde:
- Na paleta de gráficos, tecla esquerda sobre o quadrado;
- Demarque uma região do ecrã, contendo os objectos Balcao 3 e Supervisão Balcao 3, e ainda o recurso Supervisor 3 (se necessário, ajuste os ícones) para obter





Vale a pena determo-nos um pouco nesta parte da modelação. O Supervisor 3 é uma unidade única, e é necessária à actividade quer do Balcao 3 quer do Supervisor Balcao 3. Por causa disso, as actividades desenvolvidas por cada um destes objectos não podem ocorrer em simultâneo, pelo que se espera alguma degradação no desempenho desses objectos.

Vamos então resumir o que fizemos no modelo que passou a incluir um recurso associado ao Balcao 3. Criamos um *work center* (Supervisor Balcao 3) que "consome" em média 20% das chamadas do Balcao 3. Quando chega uma chamada ao Balcao 3, e é atendida pelo respectivo operador, o recurso Supervisor 3 fica indisponível durante o período em que decorre a chamada. O mesmo acontece quando 20% das vezes as chamadas são transferidas para Supervisor Balcao 3. Nessa altura, é o próprio Balcao 3 a ficar inibido de dar seguimento a novas chamadas, por não ter o recurso disponível. Durante o período de utilização do recurso por um dado objecto, mantém-se em espera qualquer nova chamada para o outro objecto. Repare que não se trata de uma espera em fila, mas de uma espera gerada por falta de recursos, o que implica mais tempo de atendimento.

- Faça um **Trial** com 5 *runs*, e compare os resultados com os obtidos antes da inclusão do recurso; transcreva a folha de resumos;

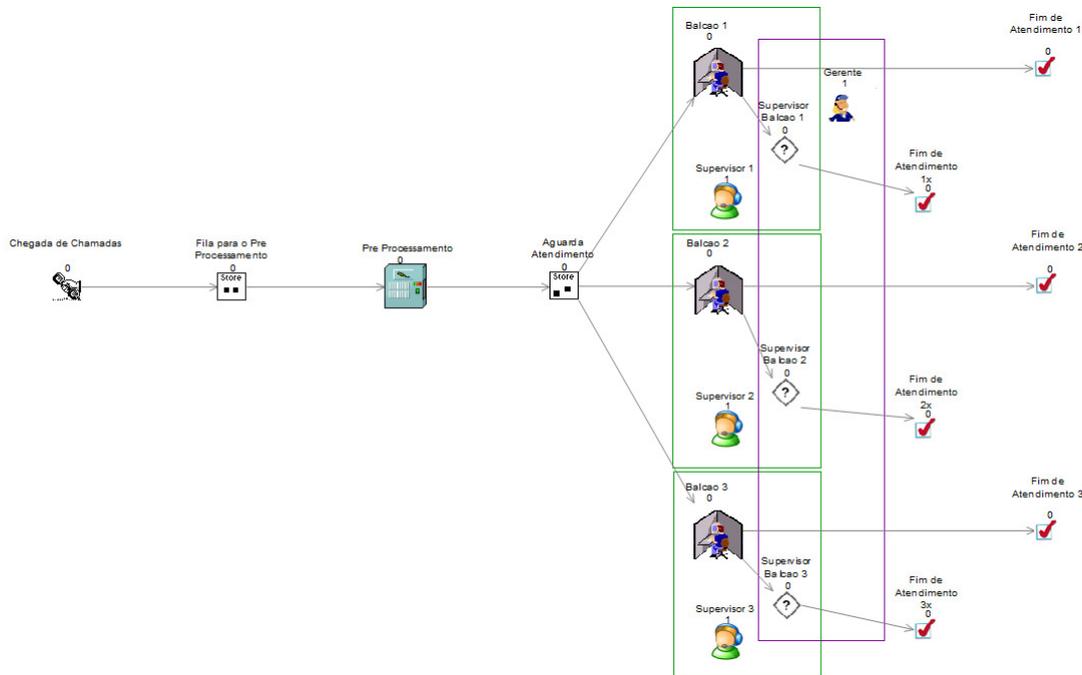
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.89	1.23	1.57
	% Queued less than time limit	57.81	63.51	69.21
Fim de Atendimento 1	Number Completed	323.97	335.00	346.03
Fim de Atendimento 2	Number Completed	324.36	338.80	353.24
Fim de Atendimento 3	Number Completed	236.09	244.80	253.51
Fim de Atendimento 3x	Number Completed	56.80	62.60	68.40

- Faça **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Recursos 1.

4.4.2 Concorrência por recursos

Vamos assumir agora que em média 20% de todas as chamadas requerem a atenção de um balcão de supervisão, e quer esses balcões de supervisão quer os outros balcões fazem depender a sua actividade da disponibilidade dos respectivos supervisores. Além disso, existe um supervisor geral do *call center* que é solicitado pelos balcões de supervisão, sempre que estes pretendam entrar em actividade. Vamos designar esse supervisor geral por Gerente (do *call center*) e, como veremos, será um recurso novo a ser partilhado pelos três balcões de supervisão.

Apesar de este problema parecer uma repetição do anterior, não é suficiente multiplicar o comportamento do Supervisor 3 criando novos supervisores, 1 e 2, e afectá-los aos respectivos balcões. É necessário adicionalmente acautelar novos balcões de supervisão e usar o (único) Gerente como um supervisor geral. No final, terá um modelo assim desenhado.



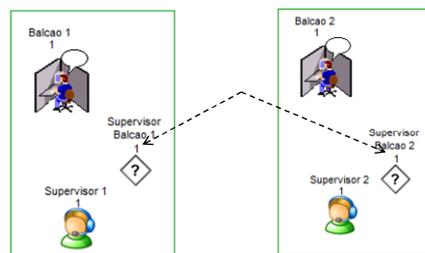
Anexe balcões de supervisão e respectivos *exit points* para os objectos Balcao 1 e Balcao 2.

- Abra o modelo Recursos 1 e salve-o como (**File / Save as...**) Recursos 2;
- Ajuste os ícones de modo a garantir espaço suficiente para os novos objectos; se necessário, diminua o *zoom* (e.g. 90%);
- Crie os objectos Supervisao Balcao 1 e 2 com distribuição TempoSupervisor e use os mesmos grafismos que no caso do Supervisor Balcao 3;
- Crie *exit points* Fim de Atendimento 1x e 2x, da mesma forma que anteriormente, isto é, igual ao Fim de Atendimento 3x;
- Insira as setas de ligação entre os diversos objectos tal como se indicada na gravura em cima;
- No objectos Balcao 1 altere a regra de **Routing Out** para **Percent** com 80% para Fim de Atendimento 1 e 20% para Supervisor Balcao 1;
- Repita o procedimento anterior relativamente ao Balcao 2;
- Crie os recursos Supervisor 1 e Supervisor 2, com as mesmas propriedades que ad Supervisor 3 (e.g. **Number ... Available** igual 1);
- Atribua o Supervisor 1 ao Balcao 1 e ao Supervisor Balcao 1;
- Faça o mesmo com o Supervisor 2 relativamente ao Balcao 2 e ao Supervisor Balcao 2;
- Coloque uma moldura à volta de cada um dos grupos Balcao, Supervisor Balcao e Supervisor (se tiver dúvidas, veja como procedeu no caso anterior);

- Faça uma verificação exaustiva dos parâmetros de cada um dos objectos criados, comparando-os com os do grupo 3;

Se executar o modelo tal como está definido agora, poderá dar-se o caso de os três balcões de supervisão estarem em actividade simultâneamente. Se esses balcões não tiverem já definido um ícone próprio a indicar o estado de actividade, então, depois de duplo clique sobre o objecto, actue em **Graphics / Animate Images / Working** e escolha uma imagem que entender.

- Altere o tempo médio de ocupação da distribuição TempoSupervisor para 10 minutos (**Objects / Distributions** etc.);
- Execute a simulação a uma velocidade baixa, até se dar conta da simultaneidade de chamadas em vários balcões de supervisão;



Vamos agora criar um recurso único, Gerente, de modo a evitar uma situação igual à descrita atrás, ou seja, apenas um balcão de supervisão pode estar ocupado de cada vez.

- Crie um recurso e designe-o Gerente;
- Certifique-se que existe apenas um Gerente (**Number ... available**);
- Escolha a imagem **Operator1b.bmp** e certifique-se de que a opção **Image+Count** está activa;
- Afecte o Gerente aos balcões de supervisão 1, 2 e 3;
- Faça uma moldura à volta destes balcões e inclua o Gerente (Nota: para efectuar uma moldura, socorra-se da paleta de cores  para escolher uma cor, por exemplo, verde, e da paleta de gráficos  para definir a forma da moldura, por exemplo, um rectângulo, como anteriormente).
- Execute a simulação e confirme que apenas um balcão de supervisão pode estar em actividade, e atente na fila de espera que se cria no *storage bin* Aguarda Atendimento.

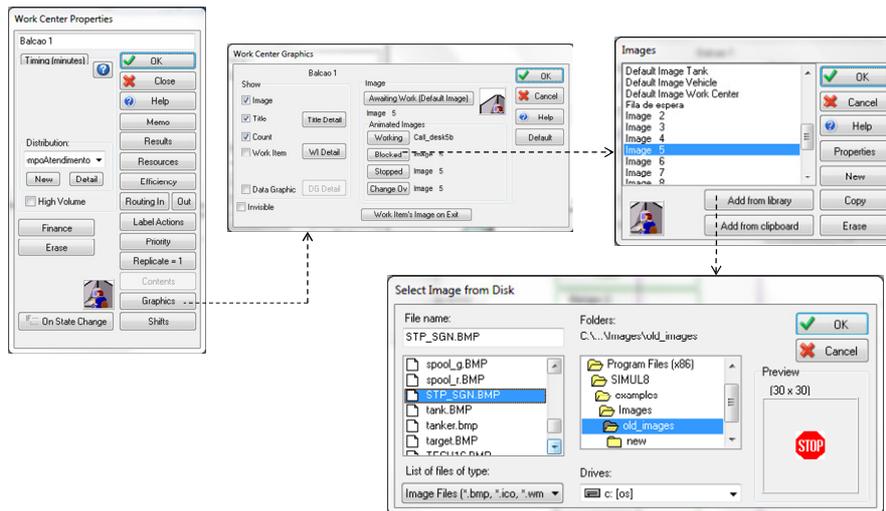
Quando um balcão de supervisão, seja o 3, é solicitado pelo Balcão 3 (acontece em média 1 em cada 5 vezes, lembre-se), numa altura em que o Gerente está a assistir um outro balcão de supervisão, seja Supervisor Balcão 1, o *work center* Balcao 3 fica bloqueado (**blocked**). No caso, fica impossibilitado de transferir a chamada.

As situações de bloqueio são frequentes em ambientes reais, nomeadamente quando entre duas máquinas ligadas em série não existe capacidade de armazenamento ou, existindo, se encontra (temporariamente) esgotada. É de salientar que o bloqueio se dá na máquina a montante, isto é, a que terminou a sua actividade, e se vê impossibilitada de transferir *work*

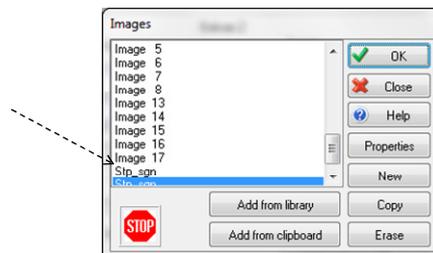
items para a máquina seguinte. No modelo que estamos a desenvolver, os *work centers* passíveis de bloqueio são Balcao 1, Balcao 2 e Balcao 3.

Vamos incluir uma imagem específica para as situações de bloqueio, e tentar visualizar essas situações no decurso de uma simulação.

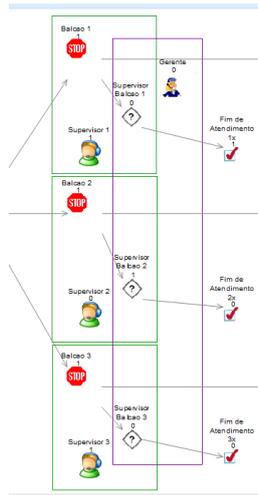
- Altere a imagem de bloqueio (**Blocked**) do Balcao 1 para ...\\Simul8\\examples\\images\\old_images\\STP_SGN.bmp;



- Repita a operação para os outros dois balcões (nota: já não necessita de carregar a imagem a partir da biblioteca (**Add from library**), porque o SIMUL8 passa a disponibilizar a imagem uma vez utilizada na janela **Images**);



- Execute a simulação lentamente, até visualizar pelo menos uma situação de bloqueio; a imagem que se segue foi captada numa altura em que os três balcões se encontravam bloqueados ao mesmo tempo;



Notar que o tempo médio de processamento de cada um dos três balcões de supervisão foi colocado em 10 minutos, o que é bastante. Reponha o seu valor original e verifique que as situações de bloqueio se tornam menos frequentes (**Objects / Distributions** etc.).

- Execute um **Trial** com 5 *runs* e compare os resultados com os do modelo anterior (sem bloqueio); confirme que **Warm Up Period** é de 480 minutos e que o **Results Collection Period** de 1440 minutos; obtenha intervalos de confiança a 95% para as seguintes grandezas:
 - Tempo médio de espera (**Average Queuing Time**) em Aguarda Atendimento;
 - Percentagem associada a 1 minuto na fila dos operadores (**Percentage within time limit** (1 minute) para Aguarda Atendimento);
 - Número de chamadas atendidas em cada um dos balcões, incluindo os dos supervisores;
 - Número de chamadas completadas em todos os *exit points*;
- Registe os resultados e comente-os;

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.97	1.42	1.87
	% Queued less than time limit	52.97	60.09	67.21
Balcao 1	Number Completed Jobs	324.18	336.20	348.22
Balcao 2	Number Completed Jobs	327.70	337.80	347.90
Balcao 3	Number Completed Jobs	300.88	306.00	311.12
Fim de Atendimento 1	Number Completed	259.63	274.00	288.37
Fim de Atendimento 2	Number Completed	251.44	267.20	282.96
Fim de Atendimento 3	Number Completed	235.14	243.20	251.26
Fim de Atendimento 1x	Number Completed	49.26	62.20	75.14
Fim de Atendimento 2x	Number Completed	60.42	70.60	80.78
Fim de Atendimento 3x	Number Completed	57.02	62.80	68.58

- Faça **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Recursos 2.

Vamos fazer um resumo do que está expresso no modelo guardado sob o nome Recursos 2. Ao colocar um recurso para cada um dos três grupos (Balcao i , Supervisor Balcao i), $i=1, 2, 3$, estamos a dizer ao SIMUL8 que, quando a chamada requer a atenção de um supervisor, pode existir um tempo de espera do respectivo balcão, durante o qual este se

encontra inibido de receber novas chamadas, quando o recurso Supervisor não se encontra disponível, e está a ser usado pelo balcão de supervisão. Portanto, os recursos Supervisor 1, 2 e 3 são, por assim dizer, acessórios. Funcionam como interruptores dos respectivos balcões. O recurso designado Gerente tem como função servir os três balcões de supervisão e, sendo único, cria situações de bloqueio sempre que esteja ao serviço de um balcão de supervisão, e seja simultaneamente requisitado por um balcão concorrente.

Ao analisar os resultados obtidos, não se vislumbram muitas diferenças de desempenho nos três balcões. A percentagem média de chamadas com menos de 1 minuto de espera passou a ser de 60.09% menos que os 63.51% da situação anterior. Há, portanto, uma degradação de desempenho induzida pelo facto de os balcões de supervisão concorrerem por um único recurso, o Gerente.

Vamos aproveitar a flexibilidade do modelo e proceder a uma pequena alteração. Vamos, por exemplo, alterar as condições operativas do Balcao 3, alterando os parâmetros das suas diversas distribuições.

- Relativamente ao Balcao 3:
 - Altere a sua distribuição de funcionamento para Erlang com média 2.5 minutos e parâmetro de forma $K=4$;
 - Coloque as percentagens de **Routing Out** 10% para Supervisor Balcao 3 e os restantes 90% para Fim de Atendimento 3;
- Relativamente ao Supervisor Balcao 3, altere a distribuição para normal, com parâmetros (1, 0.2);
- Faça um **Trial** com 5 *runs*, e registe os resultados obtidos; comente-os;

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.56	0.85	1.15
	% Queued less than time limit	66.71	72.31	77.92
Balcao 1	Number Completed Jobs	305.03	312.80	320.57
Balcao 2	Number Completed Jobs	305.59	317.00	328.41
Balcao 3	Number Completed Jobs	338.34	352.20	366.06
Fim de Atendimento 1	Number Completed	242.22	254.40	266.58
Fim de Atendimento 2	Number Completed	233.09	250.00	266.91
Fim de Atendimento 3	Number Completed	295.98	315.20	334.42
Fim de Atendimento 1x	Number Completed	47.66	58.40	69.14
Fim de Atendimento 2x	Number Completed	57.11	67.00	76.89
Fim de Atendimento 3x	Number Completed	28.77	37.00	45.23

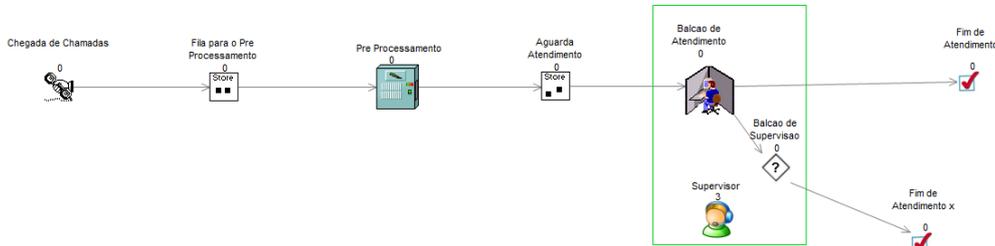
Nota-se que o Balcao 3 passa a atender mais chamadas que os outros dois balcões e, adicionalmente, necessita de menos atenção do Gerente (1 em cada 10 vezes). Este facto confirma-se pelo (menor) número de chamadas inscritas no *exit point* Fim de Atendimento 3x (repare que, no caso anterior, era de 62.80 e agora é de 37.00).

- Faça **Reset**, e guarde o modelo ainda com o nome Recursos 2.

4.4.3 Simplificação do modelo

Não havendo diferenças substantivas nas condições operativas dos três balcões, o modelo pode ser simplificado, e apresentado de uma forma compacta. Veja que se considerarmos três repetições (*replicates*) de um único balcão e três repetições do recurso com a designação

Supervisor, bastar-nos-á colocar apenas um balcão de supervisão. Assim, a figura de Gerente deixa de ser necessária no modelo, porque, havendo um único balcão de supervisão, fica bloqueado o seu acesso por mais do que um Balcão de Atendimento ao mesmo tempo. O modelo final ficará então com este aspecto:



- Abra o modelo Recursos 2 e salve-o como Recursos 3;
- Apague os objectos e recursos indexados por 2 e 3;
- Apague o recurso Gerente;
- Designe o Balcao 1 por Balcao de Atendimento e, na janela **Work Center Properties**, atualize a opção **Replicates=1** para **Replicates=3**;
- Designe Supervisor 1 por Supervisor e atualize para 3 a opção **Number of this type of resource available**;
- Designe o Supervisor Balcao 1 por Balcao de Supervisao;
- Altere o nome dos *exit points* para Fim de Atendimento e Fim de Atendimento x;
- Faça as alterações gráficas convenientes para obter uma imagem semelhante à anterior;
- Execute a simulação.

É de realçar que, não obstante o modelo se simplificar, porque as características dos balcões são semelhantes, é agora mais difícil perceber a estrutura do sistema que estamos a simular e o seu comportamento. Aconselha-se os alunos a evitarem simplificações desse género, particularmente nos primeiros contactos com a disciplina.

- Faça agora um **Trial** com 5 *runs*, e registe os resultados;

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	1.31	1.98	2.66
	% Queued less than time limit	43.72	52.45	61.18
Balcao de Atendimento	Number Completed Jobs	957.69	981.40	1005.11
Fim de Atendimento	Number Completed	757.72	786.60	815.48
Fim de Atendimento x	Number Completed	172.57	194.60	216.63

Vai notar diferenças nas estatísticas observadas, porque o SIMUL8 usa, neste caso, as sequências de números aleatórias de uma forma diferente, embora essas sequências sejam as mesmas que anteriormente. Ou seja, a variabilidade contida nas sequências afecta o sistema de uma forma diferente.

4.4.4 Fluxos variáveis

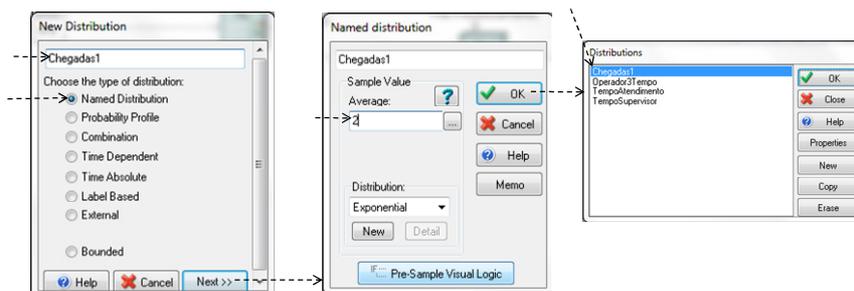
Entenda-se por fluxos variáveis os diferentes padrões de chegada consoante os períodos do dia (ou hora, semana, etc.). Portanto, períodos com mais movimento (e.g horas de ponta) e períodos com menos movimento.

O modelo que estamos a desenvolver tem um pressuposto de 40 chamadas por hora, ao longo do dia. Vamos assumir agora que as chamadas têm uma cadência média diferente de período para período assim configurada:

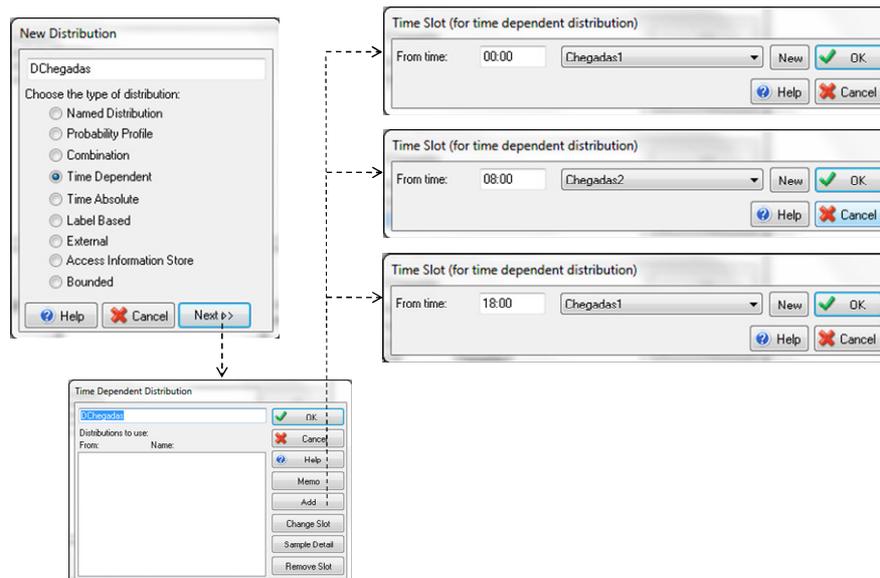
- 30 chamadas por hora, das 00:00H às 8:00H, ou seja é, um tempo médio entre chamadas de 2.0 minutos;
- 40 chamadas por hora, das 08:00H às 18:00H, o que perfaz 1.5 minutos entre chamadas;
- 30 chamadas por hora das 18:00H às 24:00.
- Abra o ficheiro Recursos 3 e salve-o como Recursos 4;
- Use **Clock / Clock Properties** e coloque **Warm Up Period** a zero e **Results Collection Period** igual a 5760 minutos (4 dias); **Start time each day** a 00:00 e **Duration of day** a 24:00;
- Certifique-se que a opção **Time format** é igual a **Digital** e retorne ao modelo;
- Arraste o relógio da simulação para um local mais destacado.

Vamos agora fraccionar a distribuição de chegadas de acordo com os tempos de chegada definidos anteriormente.

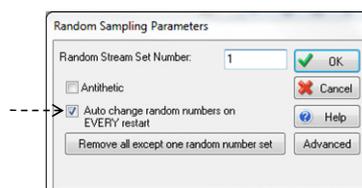
- **Objects / Distributions / New** e designe a primeira distribuição por Chegadas1, **Type of distribution = Named distribution** e clique em **Next**;
- Escolha a distribuição exponencial com média 2 (ao carregar em **OK**, vai verificar que a janela das distribuições definidas pelo utilizador actualiza-se);



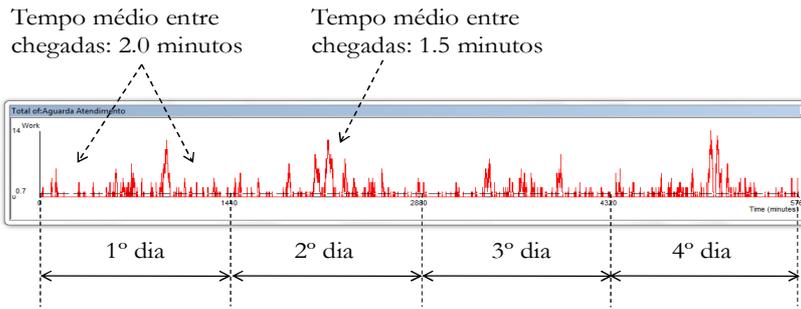
- Crie uma nova distribuição exponencial com média 1.5, e designe-a Chegadas2;
- Crie agora uma distribuição designada DChegadas e escolha a opção **Time Dependent**, e clique em **Next**;
- Clique em **Add** e, na janela **Time Slot**, escreva 00:00 na opção **From time** e escolha a distribuição Chegadas1; retorne à janela anterior;
- Repita mais duas vezes a operação até ter parametrizado a nova distribuição;



- Retorne ao modelo;
- Duplo clique no *work entry point* Chegada de Chamadas e altere-lhe a distribuição para DChegadas;
- Execute o modelo, e preste a atenção à fila que se forma para o atendimento, em diferentes períodos do dia;
- Faça um clique sobre o *storage bin* Aguarda Atendimento (para o seleccionar) e clique a seguir no ícone **Make Time Graph**  ampliando a janela que resultar dessa operação;
- Execute uma simulação a um ritmo lento, para avaliar o impacto das diversas distribuições de chegadas;
- Altere a sequência dos números aleatórios, e verifique o comportamento da fila (não se esqueça, pode efectuar esta experiência activando a opção **Auto change random numbers on EVERY restart**, no comando **Trials / Random Sampling**);

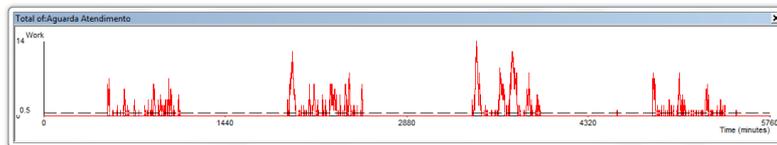


- Execute a simulação várias vezes (de cada vez que fizer um **Run**, a sequência dos números aleatórios altera-se);
- Apresente o gráfico que resulta da 6ª simulação;



Repare na concentração que se verifica no período central do dia e uma baixa densidade nas periferias. Recorde que programou um tempo médio entre chegadas de 1.5 minutos no período 8:00 H-18:00 H, e de 2.0 minutos fora deste período. Quer dizer, na parte central do dia, as chamadas ocorrem com maior frequência, daí o maior número de chamadas na fila para o atendimento.

- Altere o tempo médio da distribuição Chegadas1 para 10 minutos; analise o resultado;

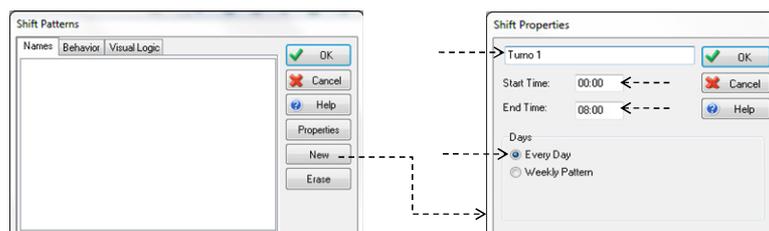


- Parametrize a distribuição Chegadas1 como inicialmente;
- Desligue opção **Auto change random numbers on EVERY restart**, no comando **Trials / Random Sampling**;
- Faça **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Recursos 4.

4.4.5 Turnos (shifts)

Vamos supor agora que a solicitação do *call center* é bastante menor à noite que de dia, e que, para esse período, bastam apenas dois supervisores em vez de três. O SIMUL8 disponibiliza os designados **Shift Patterns** (em português pode traduzir-se por turnos) que permitem afectar diferentes níveis de recursos de acordo com a hora do dia.

- Abra o ficheiro Recursos 4 e salve-o como Recursos 5;
- **Clock / Shift Patterns** e, na janela correspondente, clique em **New**;
- Designe o turno por Turno 1, **Start Time** = 00:00, **End Time** = 08:00;
- Assegure-se de que a opção **Every Day** está activa e regresse à janela **Shift Patterns**;

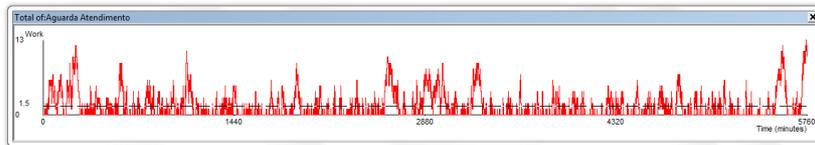


- Construa mais dois turnos, Turno 2 e Turno 3, com actividades nos períodos 008:00 H - 18:00 H e 18:00 H - 24:00 H, respectivamente;

- Retorne ao modelo.

Defina a disponibilidade de recursos (no caso, Supervisor) para cada um dos turnos.

- Clique duas vezes no ícone do Supervisor, e selecione a opção **Shift Dependent** e, na caixa de diálogos que surgir (**Shift Availability**),
 - Selecione Turno 1 e, em **Availability**, escreva 2 (quer dizer, existem dois recursos do tipo Supervisor no período designado Turno 1);
 - Escreva 3 em Turno 2;
 - Escreva 2 em Turno 3;
- Retorne ao modelo;
- Execute o modelo lentamente, e analise a fila de espera para o atendimento;
- Use **Clock / Change Nos and Run** algumas vezes para alterar a sequência dos números aleatórios (esta é uma outra maneira de alterar automaticamente as sequências referidas);

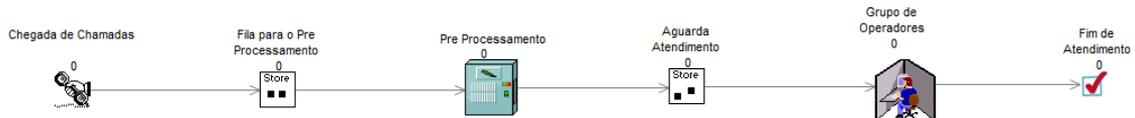


Note que haverá mais tempos de espera do que na situação anterior. Observe lateralmente que o tempo médio de espera passou para 1.5 minutos.

- Salve o modelo com o nome Recursos 5.

4.5 Reencaminhamento (*Routing*)

Esta secção inicia-se invocando o modelo designado Call Center 4 e salvá-lo como Routing 1. Primeiro, vamos usar aquele modelo, aproveitando o facto de os três operadores desempenharem funções idênticas. O modelo com que vamos trabalhar ficará com este aspecto:



- Abra o ficheiro Call Center 4 e salve-o como Routing 1;
- Com excepção do primeiro, elimine todos os operadores e seus "acessórios";
- Designe o restante operador por Grupo de Operadores (ajuste as margens do título);
- Na janela **Work Center Properties**, clique em **Replicate=1** e, na janela subsequente **Quick Replicate**, escreva 3 em **Effective number of work centers** (assim, o grupo de operadores passa a ser formado por 3 operadores com características idênticas);
- Altere o nome do *work exit point* Fim de Atendimento 1 para apenas Fim de Atendimento;
- Assegure-se que **Warm Up Period** está em 480 minutos e **Results Collection Period** em 1440 minutos;

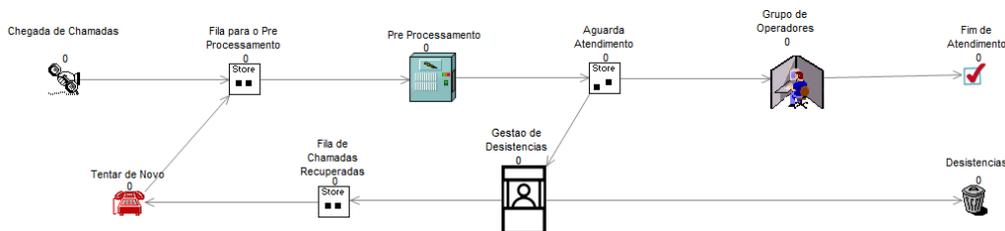
- Faça um **Trial** com 20 *runs* e colija a informação sobre intervalos de confiança a 95% para os seguintes parâmetros:
 - Tempo médio de espera (**Average Queuing Time**) em Aguarda Atendimento;
 - Tempo máximo de espera (**Maximum Queuing Time**) em Aguarda Atendimento;
 - Número de chamadas completadas (**Number (Work) Completed**) no *work exit point* Fim de Atendimento;
- Execute a simulação e registre os resultados.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.85	0.97	1.08
	Maximum Queuing Time	8.71	9.63	10.56
Fim de Atendimento	Number Completed	948.01	963.95	979.89

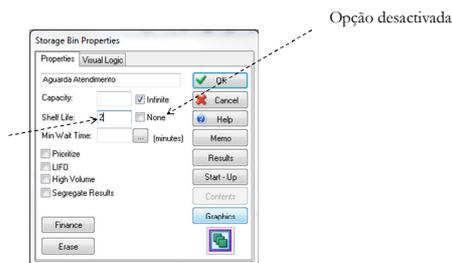
4.5.1 Desistência (*Reneging*)

No SIMUL8 o termo *reneging* significa abandono de uma fila (desistência) depois de uma espera entendida como longa. Suponhamos que os chamadores perdem a paciência ao fim de 2 minutos de espera e, nessa circunstância, desligam a chamada. Contudo, metade das pessoas voltam a contactar o *call center* de novo, e que o diferimento segue uma distribuição exponencial com média 30 minutos.

Antes de implementar a situação descrita, vamos analisar a forma como podemos integrar no modelo a funcionalidade subjacente. Primeiro, temos de parametrizar o modelo existente para "rejeitar" esperas superiores a 2 minutos. A seguir, criamos uma estrutura para aceitar as desistências, e enviar 50% das mesmas para um *work exit point* de desistências. Os restantes 50% serão de novo injectados no modelo, em média, 30 minutos depois. Para gerir as desistências, vamos criar um *work center* fictício que envie 50% das chamadas para o *work exit point* e recupere os restantes 50%. O modelo final poderá ter a seguinte representação:



- Duplo clique sobre a fila Aguarda Atendimento;
- Na janela **Storage Bin Properties** desactive a opção **None** e coloque o valor 2 (significa que o "prazo de validade" da chamada em espera é de 2 minutos);



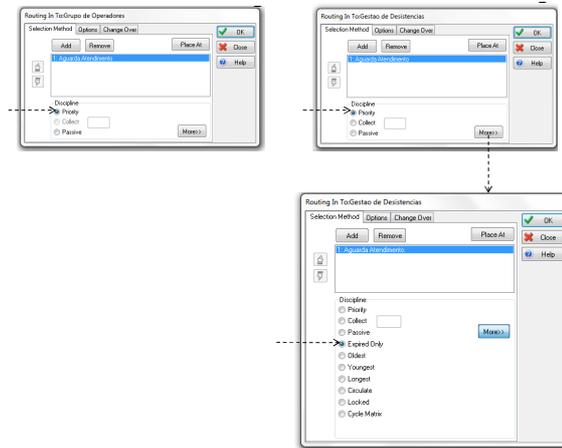
- Crie um *work center* fictício e designe-o por Gestão de Desistencias (evite caracteres acentuados), e defina para este objecto uma distribuição fixa com média 0 minutos (quer dizer, serve apenas de trânsito);
- Represente o objecto criado através do ícone ...\Simul8\images\ Office \Desk12.bmp;
- Faça os restantes arranjos gráficos;
- Crie uma *work exit point*, designe-o Desistencias e represente-o através do ícone ...\Simul8 \images\ old_images\BIN.bmp;
- Crie uma fila para as chamadas recuperadas;
- Crie um *work center* que atrasa em média 30 minutos as chamadas recuperadas:
 - Ícone: ...\Simul8\images\ old_images\PHONE.bmp;
 - **Replicates** = 100 (nota: as chamadas que entram neste objecto atrasam-se em média 30 minutos; não se trata, portanto, de um tempo médio entre chegadas de 30 minutos; ao fazer Replicates = 100, além de não se perderem chamadas, pelo menos teoricamente, cada chamada recuperada entra imediatamente num período de espera de 30 minutos);
 - Use uma distribuição exponencial com média igual a 30 minutos.
- Estabeleça as ligações convenientes;
- No objecto Gestão de Desistencias, altere a disciplina de **Routing Out** para **Percent**, com 50% para o *work extit point* Desistencias e 50% para a fila de chamadas recuperadas.

O modelo não está ainda completo. Tome nota do seguinte: parametrizou o tempo máximo de espera em Aguarda Atendimento em 2 minutos. Mas nada disse sobre o destino das desistências ao fim desse tempo. Ambos os *work centers* que podem receber chamadas da fila Aguarda Atendimento, nomeadamente Grupo de Operadores e Gestão de Desistencias, estão programados para receber *work items* (chamadas, no caso) em regime de prioridade, o que pode ser atestado fazendo duplo clique sobre os objectos e, a seguir, **Routing In**. No entanto, queremos que o objecto Gestão de Desistencias receba apenas *work items* fora de prazo. Faça uma simulação com este objecto mal programado e veja a quantidade de chamadas perdidas, dada a sua disponibilidade. Use 20 *runs*.

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.00	0.00	0.00
Fim de Atendimento	Number Completed	593.57	603.30	613.03
Desistencias	Number Completed	350.25	358.25	366.25
Tentar de Novo	Number Completed Jobs	352.05	363.60	375.15

Programe correctamente o objecto Gestao de Desistencias.

- Duplo clique em Gestao de Desistencias, e escolha a opção **Routing In**;
- Clique em **More>>** e active a opção **Expired Only** (quer dizer, entram neste *work center* apenas as desistências do objecto antecedente, no caso, Aguarda Atendimento);



- Execute uma simulação com 20 *runs*, e registre o resultado obtido;

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.42	0.45	0.48
Fim de Atendimento	Number Completed	913.15	926.05	938.95
Desistencias	Number Completed	32.85	37.95	43.05
Tentar de Novo	Number Completed Jobs	34.63	40.50	46.37

- Altere o **Shelf Life** de Aguarda Atendimento para 1.5 minutos, e repita a experiência;

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.34	0.36	0.38
Fim de Atendimento	Number Completed	898.03	910.55	923.07
Desistencias	Number Completed	48.82	53.30	57.78
Tentar de Novo	Number Completed Jobs	50.26	56.80	63.34

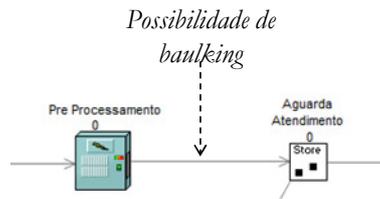
Veja que o tempo médio de espera diminuiu e, em contrapartida, as desistências aumentaram.

- Faça **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Routing 1.

4.5.2 Lotação (*Baulking* ou *Balking*)

No SIMUL8, a designação *baulking* ou *balking* é usada para expressar uma impossibilidade de se colocar numa fila, porque esta se encontra demasiado longa. Em português, usamos o termo lotação que, neste contexto, quer dizer fixação da capacidade de uma fila.

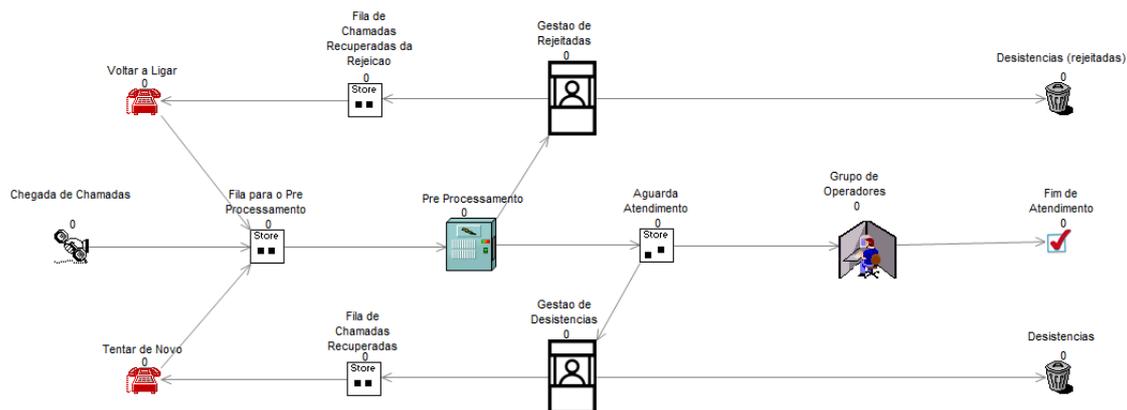
Suponhamos que, adicionalmente ao modelo inscrito no ficheiro Routing 1, pode ocorrer *baulking* na passagem do *work center* Pre Processamento para a fila Aguarda Atendimento,



e que o sistema tem capacidade de manter em espera na fila apenas duas chamadas. Ou seja, se estiverem à espera duas chamadas e ocorrer uma terceira, o sistema envia uma mensagem ao chamador, dizendo-lhe que o sistema se encontra ocupado, e pede o favor de voltar a tentar de novo mais tarde, desligando de seguida a chamada (Nota: trata-se de uma forma involuntária de *baulking*, porque depende do sistema e não do *work item*, pois, pode dar-se o caso de o próprio *work item*, ao verificar uma fila excessiva, optar por abandoná-la voluntariamente). Vamos admitir que 50% das pessoas ligam de novo, em média 15 minutos depois, e os restantes 50% desistem de ligar.

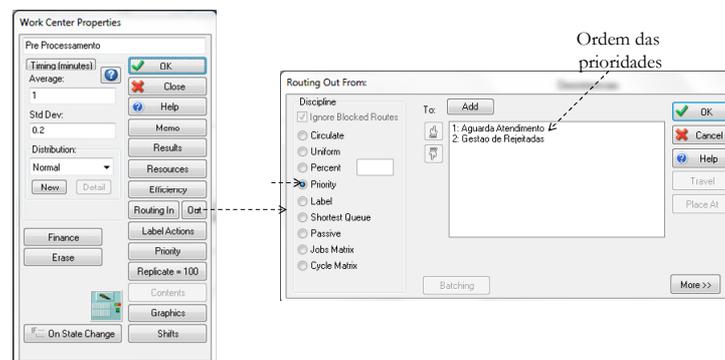
Antes de desenhar o modelo, podemos efectuar o seguinte raciocínio, em termos de ingredientes: um *work center* fictício para receber as chamadas rejeitadas, um *work exit point* para despachar 50% das desistências, uma fila para segurar as restantes 50% e um *work center* atrasador (15 minutos, em média). Agora vamos raciocinar em termos da parametrização: o *work center* fictício recebe chamadas em regime de *baulking*, tem distribuição fixa com média 0 minutos e o seu *routing out* tem uma disciplina percentual (50% para cada lado); o *work center* atrasador é replicado, por exemplo, 100 vezes (serve apenas para atrasar) e vamos admitir que tem distribuição normal com parâmetros (15, 0.5).

Falta apenas dizer que a fila Aguarda Atendimento deve ser parametrizada para uma capacidade igual a 2. Deve ainda garantir-se que esta fila tem prioridade superior à do *work center* fictício, para que as chamadas sejam para si encaminhadas, sempre que a sua lotação não esteja esgotada. O resto são detalhes. O sistema final terá o seguinte aspecto:



Para construir este modelo que, em termos de objectos, tem a parte superior igual à inferior, basta marcar esta parte e usar os comandos **Copy** e **Paste**. Depois é necessário parametrizar convenientemente. A alteração dos nomes dos objectos é trivial. Vamo-nos concentrar então no que é mais importante.

- Em Voltar a Ligar, altere a distribuição para normal com média 15 (min) e desvio-padrão 0.5 (min); verifique que o parâmetro **Replicates** é igual a 100;
- Parametrize a disciplina do **Routing Out** do objecto Gestao de Rejeitadas (50% para Desistencias (rejeitadas) e 50% para Fila de Chamadas Recuperadas da Rejeicao);
- Clique duplo sobre a fila Aguarda Atendimento e
 - Altere a capacidade para 2 (**Capacity = 2**);
 - Assegure-se de que o prazo de validade é igual a 1.5 minutos;
 - Retorne ao modelo.
- Duplo clique sobre o objecto Pre Processamento e, na janela, **Work Center Properties**, clique em **Routing Out** e, em **Routing Out From**,
 - Altere a disciplina para **Priority**;
 - Assegure-se que Aguarda Atendimento se encontra, na lista das prioridades, acima de Gestao de Rejeitadas;
 - Retorne ao modelo.



Notar que a ocorrência de desistências pode inibir uma visualização clara de *baulking*. Por esta razão vamos inibir virtualmente o *reneging*, aumentando para 100 o prazo de validade na fila Aguarda Atendimento.

- Clique duplo sobre Aguarda Atendimento e altere **Shelf Life** para 100;
- Execute o modelo, primeiro a uma velocidade baixa e depois acelerando.

Preste atenção ao número que figura no cimo da fila Aguarda Atendimento. Quando esse número for igual a 2, as chamadas subsequentes serão desviadas para Gestao de Rejeitadas. Reponha o prazo de validade de Aguarda Atendimento para 2 minutos, e execute um teste com 20 *runs*. Registe a informação sobre as chamadas completadas e os dois tipos de desistências. Veja também quantas chamadas foram recuperadas nos dois casos. No fim, faça **Reset** e salve o modelo (Routing 2).

SIMUL8 Results Summary				
Results				
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.33	0.35	0.37
Fim de Atendimento	Number Completed	903.88	916.25	928.62
Desistencias	Number Completed	16.32	18.60	20.88
Desistencias (rejeitadas)	Number Completed	24.65	28.15	31.65
Tentar de Novo	Number Completed Jobs	17.55	20.10	22.65
Voltar a Ligar	Number Completed Jobs	25.94	30.20	34.46

Uma nota final: ao desenhar o modelo, não contabilizamos o tempo que a mensagem de ocupado demora a ser transmitida, e admitimos que este protocolo era instantâneo. Para incluir esse tempo, teríamos de construir um modelo mais complexo. É capaz de pensar numa solução que contemple o tempo de transmitir a mensagem (e.g. 1 minuto), apenas em termos conceptuais?

4.5.3 Análise financeira

Numa prestação de serviços que implica uma espera, é necessário ter em atenção a relação custo/benefício, a calcular através do custos de um serviço e as perdas que decorrem de desistências, sejam voluntárias ou não. De uma forma geral, não é ilícito afirmar que disponibilizar mais recursos melhora a capacidade de resposta e diminui tempos de espera. Mas isso implica um aumento do custo global. Por seu turno, diminuir recursos pode ajudar a poupar mas resultar simultaneamente numa penalização dos utilizadores, com as consequências que isso acarreta. O ideal é então usar os recursos de uma forma eficiente. A simulação pode ser usada para melhorar a utilização dos recursos disponíveis.

Retomando o nosso último exemplo, vamos admitir que uma chamada atendida de imediato gera um valor, em média, de €5.00. Cada minuto de espera reduz à chamada em média €0.10, independentemente de a chamada ser "nova" ou recuperada. O custo marginal diário por operador é igual a €10.00. O custo fixo (*overhead cost*) da empresa que gere o *call center* é de €1,000.00 por dia. Sabe-se que o número de chamadas vai sofrer um incremento de 25%. Ou seja, vai haver mais solicitações que na situação anterior.

Numa primeira fase, vamos estimar o lucro que se obtém desta forma, sabendo que os tempos de espera vão aumentar, penalizando os utilizadores, mas também aumentarão as desistências e as rejeições. A seguir, vamos analisar duas estratégias alternativas. A primeira, aumentando trivialmente para quatro o número de operadores. A segunda aposta na formação dos operadores, sabendo que esta formação custará à empresa, na actual configuração do sistema, €100.00 por dia, mas que potencialmente se traduz numa redução de 20% do tempo de atendimento.

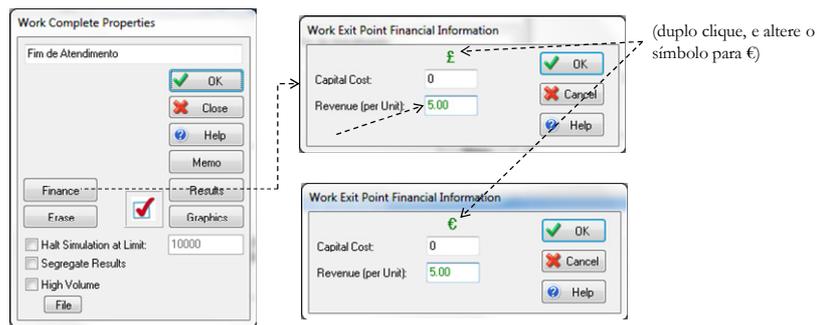
O SIMUL8 atribui, por omissão, custos e benefícios às entidades no modelo. Coloque-os em zero (nota: é possível que esta funcionalidade não esteja disponível na versão *Educational* do SIMUL8; caso seja esta a sua situação, ignore as 4 instruções seguintes).

- Abra o modelo Routing 2 e salve-o como Routing 3;
- **Tools / Toolbars / Quick View**
- Clique duas vezes sistematicamente em cada ícone e em seguida em **Finance** e, na janela **...Financial Information**, coloque todos os valores a zero;
- Ao carregar em **Reset Clock to Start** actualizará os valores na folha de resumos financeiros do **Quick View**.

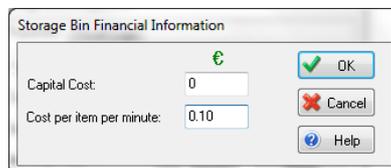
Vamos modificar o modelo de modo a contemplar os valores referidos anteriormente.

- Duplo clique em Fim de Atendimento e, na janela **Work Complete Properties**, carregue em **Finance**;
- Na janela **Work Exit Point Financial Information**, coloque em **Revenue (per Unit)** o valor 5.00; se o símbolo da moeda não for o Euro, faça duplo clique sobre o símbolo e actualize-o;

- Retorne ao modelo.



- Duplo clique sobre a fila **Aguarda Atendimento** seguido de um clique em **Finance**;
- Na janela **Storage Bin Financial Information** coloque **Capital Cost** em zero e **Cost per item per minute** em 0.10 (repare que a moeda é agora o Euro);

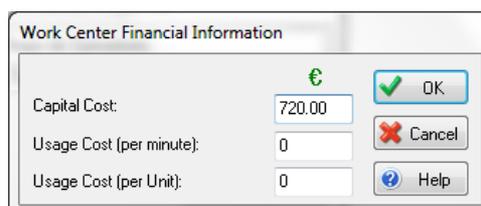


- Retorne ao modelo;

Recordar que o custo marginal horário por operador é de €10.00, o que equivale a €240.00 / dia. Havendo 3 operadores a funcionar durante 24 horas, teremos um custo de €720.00 / dia devido aos operadores. Lembre-se que o dia é o período escolhido para coligir os resultados (**Results Collection Period** igual a 1440 minutos).

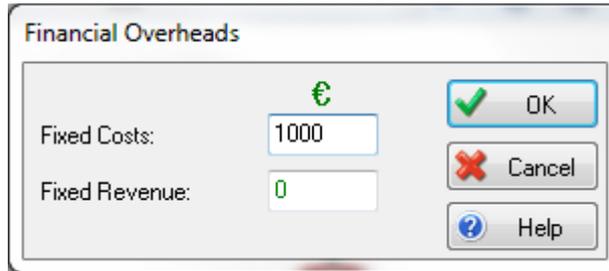
- Duplo clique em Grupo de Operadores e, na janela **Work Center Properties**, clique em **Finance**;
- Vai encontrar três tipos de custos:
 - **Capital Cost**: um custo fixo por *results collection period*;
 - **Usage Cost (per minute)** custo por unidade de tempo da simulação, no caso, o minuto, e que corresponde ao custo de utilização do *work center* (e.g. quando o operador está ocupado a atender uma chamada);
 - **Usage Cost (per unit)**: custo devido a uma solicitação (e.g. uma chamada).

Nenhum dos dois últimos custos tem cabimento aqui. Interessa-nos então o primeiro, com um valor global de €720.00. Escreva este valor no local correspondente, e retorne ao modelo.

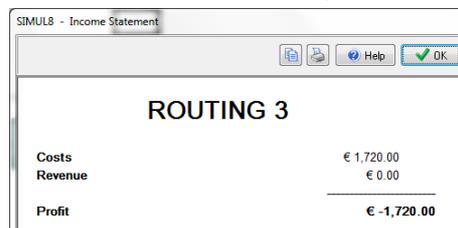


Falta-nos apenas parametrizar o custo fixo da manutenção do *call center*, estimado em €1000.00 por período de avaliação, ou seja, por dia.

- Em **Finance / Overheads** escreva 1000.00



- Em **Finance / Income Statement** aponte com o rato no texto **Cost** e clique na tecla direita; faça o mesmo para **Revenue** e **Profit**, e assim passará a ter estas informações disponíveis na folha de resumos;



- Retorne ao modelo;
- Faça um **Trial** com 20 *runs*, e registre as estimativas da média e respectivo intervalo de confiança a 95% para os seguintes parâmetros:
 - Tempo de espera dos *work items* na fila Aguarda Atendimento;
 - Chamadas completadas e desistências;
 - Custo total da simulação, as receitas e o resultado (lucro) (**Cost, Revenue, Profit**; nota: estes 3 parâmetros foram já incluídos anteriormente; deve apenas confirmar a sua presença na folha de resumos).
- Apresente o resultado obtido.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.33	0.35	0.37
Fim de Atendimento	Number Completed	903.88	916.25	928.62
Desistencias	Number Completed	16.32	18.60	20.88
Desistencias (rejeitadas)	Number Completed	24.65	28.15	31.65
Simulation Total	Total Costs on Income Statement	1751.13	1753.29	1755.45
Simulation Total	Total Revenue on Income Statemen	4519.40	4581.25	4643.10
Simulation Total	Total Profit on Income Statement	2767.59	2827.96	2888.33

Vamos agora aumentar em 25% o número de chamadas que chegam ao *call center*. Neste momento, o *work entry point* Chegada de Chamadas está programado com uma distribuição exponencial com média 1.5 minutos (chegam em média 40 chamadas por hora). Se quisermos aumentar o ritmo devemos baixar a média desta distribuição (porquê?). Temos então $1.5 / 1.25 = 1.2$ minutos por chamada. Uma outra forma de pensar seria aumentar em 25% o número de chamadas por hora: $40 * 1.25 = 50$; e depois, $60 / 50 = 1.2$ minutos por chamada.

- Duplo clique em Chegada de Chamadas, e altere o valor do parâmetro da distribuição exponencial de 1.5 para 1.2;
- Execute um **Trial** semelhante ao anterior, e apresente o resultado obtido.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.49	0.50	0.52
Fim de Atendimento	Number Completed	1078.78	1089.55	1100.32
Desistencias	Number Completed	34.55	37.40	40.25
Desistencias (rejeitadas)	Number Completed	66.68	71.70	76.72
Simulation Total	Total Costs on Income Statement	1776.85	1778.89	1780.93
Simulation Total	Total Revenue on Income Statement	5393.89	5447.75	5501.61
Simulation Total	Total Profit on Income Statement	3616.37	3668.86	3721.35

Atente-se nos números das desistências e no aumento do resultado, este conseguido essencialmente pelo aumento das receitas. Veja também que o tempo médio de espera aumentou de 0.35 minutos para 0.50 minutos.

Vamos agora considerar a primeira estratégia, na qual se incrementa um operador, e que acarreta um custo adicional de €240.00 por dia.

- Duplo clique em Grupo de Operadores:
 - Passe **Replicates** de 3 para 4;
 - Clique em **Finance** e aumente **Capital Cost** de €720.00 para €960.00;
- Execute um **Trial** nos mesmos moldes que anteriormente, apresente os resultados obtidos.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.19	0.20	0.21
Fim de Atendimento	Number Completed	1155.50	1168.00	1180.50
Desistencias	Number Completed	6.08	7.25	8.42
Desistencias (rejeitadas)	Number Completed	20.15	23.20	26.25
Simulation Total	Total Costs on Income Statement	1982.29	1983.77	1985.25
Simulation Total	Total Revenue on Income Statement	5777.48	5840.00	5902.52
Simulation Total	Total Profit on Income Statement	3794.38	3856.23	3918.08

Comente.

Vamos analisar a segunda estratégia, que consiste na diminuição do tempo de atendimento dos operadores em 20% à custa de cursos de formação que acarretam um encargo de €100.00 por dia (nota: não se vai simular o curso de formação; entenda o problema da seguinte forma: se com €100.00 por dia conseguimos que os operadores despachem as solicitações mais depressa - concretamente, em 20% -, qual seria o benefício para a empresa?).

- Duplo clique em Grupo de Operadores:
 - Reponha **Replicates** em 3;
 - Em **Finance**, atualize o **Capital Cost** para €820.00 (€720.00 + €100.00);
- Em **Objects / Distribution**, atualize o valor médio da distribuição Erlang de 3.0 minutos para $2.4 = 3.0 \cdot 0.80$.
- Execute um **Trial** e registe as mesmas informações que anteriormente;
- No fim, faça **Reset**, e salve o modelo ainda sob a designação Routing 3.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	0.28	0.29	0.30
Fim de Atendimento	Number Completed	1137.14	1150.00	1162.86
Desistencias	Number Completed	10.40	12.10	13.80
Desistencias (rejeitadas)	Number Completed	33.00	36.45	39.90
Simulation Total	Total Costs on Income Statement	1852.73	1854.29	1855.84
Simulation Total	Total Revenue on Income Statement	5685.70	5750.00	5814.30
Simulation Total	Total Profit on Income Statement	3832.32	3895.71	3959.11

Valerá a pena considerar esta estratégia?

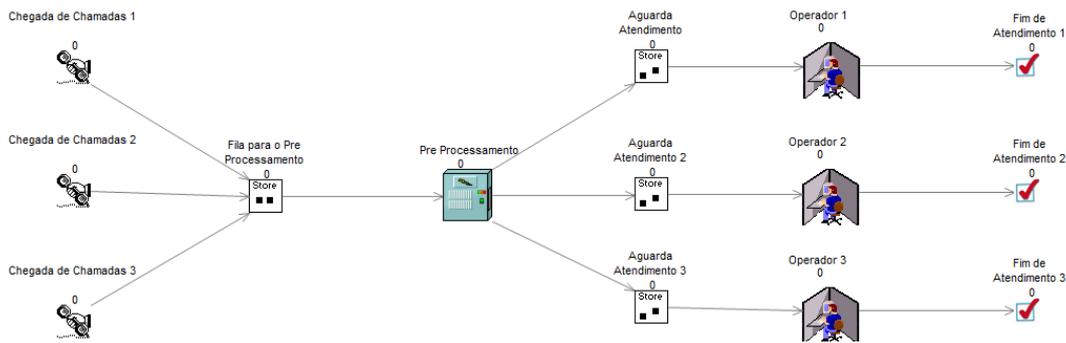
4.6 Etiquetas (*Labels*)

No SIMUL8 é possível exercer um controlo mais fino sobre as operações de simulação associando etiquetas ou designações aos *work items*. Não raras vezes, as designações também se referem por atributos (*attributes*). As etiquetas podem ser numéricas, alfabéticas ou alfanuméricas.

- i. As etiquetas numéricas (*numeric labels*) podem ser usadas para direccionar fluxos de operações no sistema, para priorizar *work items* numa fila ou ainda para obter resultados separados para *work items* que gozam de certas especificidades implícitas nas etiquetas. É melhor exemplificar: imagine que o *work item* é um cliente de supermercado e está na de fila de pagamento. O *label* Estado de Cliente tem os seguintes atributos e significados: 1: Adulto; 2: Idoso; 3: Adulto com Criança de Colo; 4: Grávida. Assim, o sistema pode ser programado de modo a "direccionar" o cliente em função do seu estado e fornecer, por exemplo, informação sobre os tempos de espera dos diversos tipos de clientes.
- ii. As etiquetas alfabéticas (*text labels*) permitem a utilização de diferentes distribuições de probabilidade num mesmo *work center*, de acordo com a categoria ou atributo de uma etiqueta numérica. No exemplo anterior, a distribuição do tempo de atendimento de uma pessoa idosa poderia ser, em média, duas vezes superior ao de um adulto.
- iii. As etiquetas alfanuméricas podem ser usadas para mudar o aspecto dos *work items* (e.g. um adulto com criança de colo com luz intermitente).

4.6.1 Label numérico para direccionar de um *work center*

Vamos voltar ao *Call Center* e aplicar estes conceitos. Vamos assumir que existem três tipos de *work item*, isto é, três tipos de solicitações a que são atribuídos em conformidade balcões de atendimento. Os três tipos de solicitações ocorrem, em média, com espaçamentos de 4.0, 4.5 e 5.0 minutos (isto é, a um ritmo de 15, $13^{1/3}$ e 12 chamadas por hora, respectivamente). Na entrada para o sistema, os *work items* ficam caracterizados em função do *work entry point* de que são originários, e esta informação será usada para os direccionar para o operador correspondente (nota: num *Call Center* de maior dimensão, poder-se-ia considerar mais operadores em cada balcão, usando a directiva **Replicates**). O modelo final ficará com este aspecto



O objecto Pre Processamento passa também a ter a seu cargo orientar as chamadas para os respectivos operadores certificando-se previamente do atributo de cada uma delas. Vamos ver primeiro como se define um *label* e como se atribui uma categoria às chamadas, de acordo com a sua origem (*work entry point*). Seguidamente, programaremos o objecto Pre Processamento dando-lhe conta da decisão a tomar em cada caso.

- Abra o modelo guardado como Call Center 4 e salve-o como Label 1;
- Faça a multiplicação de objectos de simulação de acordo com a imagem anterior (use abusivamente os comandos **Copy** e **Paste**);
- Apague as ligações que não são necessárias;
- Em Chegada de Chamadas 1, coloque o valor da média da distribuição exponencial em 4.0 minutos (dada a equivalência dos três *work entry points* o SIMUL8 pode perguntar se a alteração é extensível aos restantes; diga que não);
- Faça o mesmo que anteriormente, agora para o *work entry point* Chegada de Chamadas 2, mas com média igual a 4.5 minutos;
- Idem para Chegada de Chamadas 3, e média igual a 5.0 minutos.

Vamos criar um *label* e associá-lo aos *work items* Chamadas

- **Objects / Labels** e, em **List of all labels in this simulation**, escolha **New**;
- Na caixa de diálogos **Label Properties**, escolha o nome ClasseChamadas e certifique-se que o tipo de *label* é numérico;

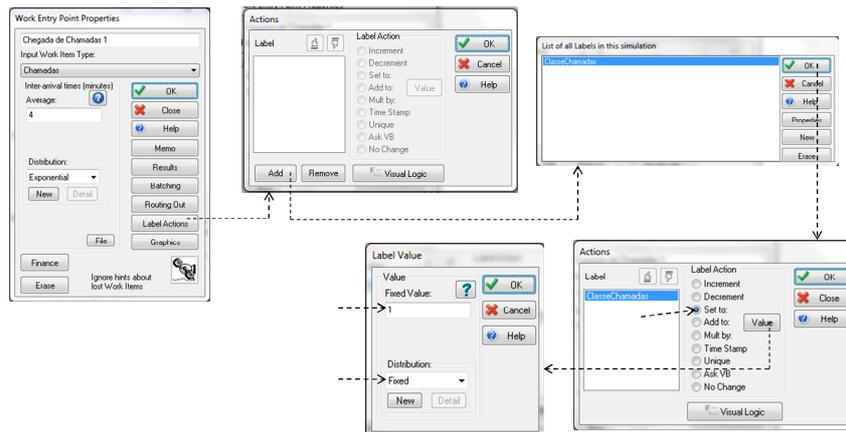


- **Objects / Work Item Types** e, em **Work Item Types**, clique em **Add**;
- Em **List of all labels in this simulation**, encontra apenas a etiqueta ClasseChamadas, que se encontra seleccionada: **OK**, retorne ao modelo;



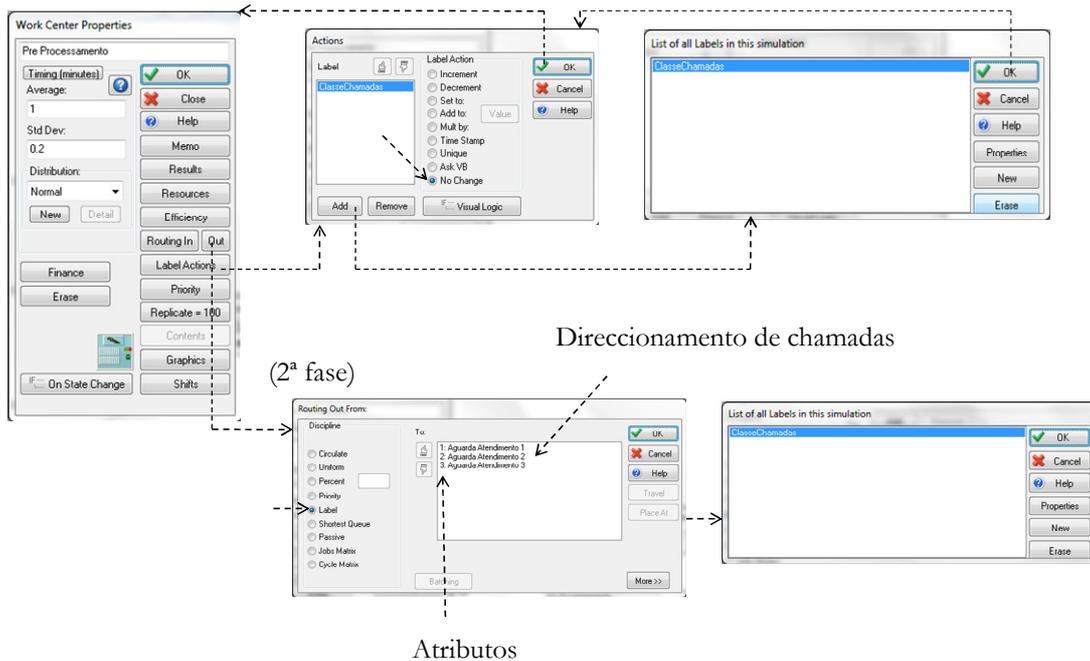
Defina agora o tipo de chamadas dando-lhes um atributo de acordo com o seu ponto de entrada.

- Duplo clique em Chegada de Chamadas 1 e, na janela **Work Entry Point Properties**, clique em **Label Actions**;
- Em **Actions**, clique em **Add**;
- Em **List of all labels...** seleccione **ClasseChamadas** e **OK** para voltar à janela anterior;
- Na janela **Actions**, escolha **Set to** e clique em **Value**;
- Em **Label Value**, escolha **Fixed value = 1**;
- Certifique-se que a distribuição é **Fixed**, e retorne ao modelo;
- Repita a operação relativamente a Chegada de Chamadas 2 e Chegada de Chamadas 3, atribuindo respectivamente os valores 2 e 3;



Agora é a vez de instruir o objecto Pre Processamento para que direcione as chamadas em função da sua categoria: categoria i para o Operador i , $i = 1, 2, 3$.

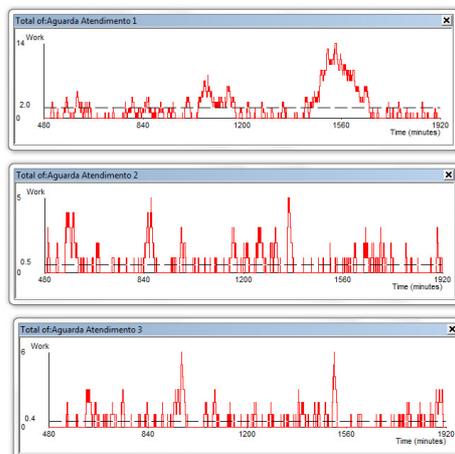
- Duplo clique sobre o objecto Pre Processamento e, em **Label Actions**, escolha **Add** e escolha **ClasseChamadas** (no caso, é o único *label*) com **label Action** em **No Change**, e retorne à janela **Work Center Properties**;
- Clique em **Routing Out** e, em **Routing Out From**, altere **Discipline** para **Label**; aparecerá a janela **List of all..**; faça **Ok**;
- Assegure-se que o valor 1 corresponde à fila **Aguarda Atendimento 1**, o valor 2 à fila **Aguarda Atendimento 2** e o valor 3 à fila **Aguarda Atendimento 3**;



- Execute a simulação a uma velocidade baixa para se dar conta dos caminhos seguidos pelas chamadas.

Vai verificar que o Operador 1 tem mais chamadas atendidas que o Operador 2 e este mais que o Operador 3, o que é consistente com a programação. A fila para o primeiro destes operadores tem igualmente maior tendência em aumentar (nota: a forma como os operadores despacham o serviço está programada da mesma forma para todos os operadores. O primeiro tem, por assim dizer, mais trabalho que os outros). Vamos confirmar isso.

- Com o objecto Aguarda Atendimento 1 seleccionado, clique em **Make Time Graph** e amplie a janela para poder acompanhar o andamento da fila;
- Repita a operação para as duas outras filas congêneres;
- Execute a simulação várias vezes e, de cada vez, use uma sequência de números aleatórios diferente;



- Execute um **Trial** com 20 *runs*, **Warm Up Period** de 480 minutos, **Results Collection Period** de 1440 minutos e obtenha intervalos de confiança a 95% para
 - Número de chamadas em cada um dos *work entry points*;
 - Tempo médio de espera para todos os *work items* em cada uma das filas para o atendimento;
 - Número de chamadas completadas (*work exit points*);
- Registe os resultados obtidos;

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Chegada de Chamadas 1	Number Entered	350.00	358.20	366.40
Chegada de Chamadas 2	Number Entered	309.00	316.75	324.50
Chegada de Chamadas 3	Number Entered	275.78	282.75	289.72
Aguarda Atendimento 1	Average Queuing Time	4.92	5.68	6.44
Aguarda Atendimento 2	Average Queuing Time	3.06	3.40	3.74
Aguarda Atendimento 3	Average Queuing Time	2.28	2.61	2.95
Fim de Atendimento 1	Number Completed	349.37	358.10	366.83
Fim de Atendimento 2	Number Completed	308.43	315.85	323.27
Fim de Atendimento 3	Number Completed	275.70	283.05	290.40

- Faça **Reset** e salve o modelo ainda com o nome Label 1.

Ao analisar os resultados, verifica-se que o número de chamadas que entram em cada *entry point* corresponde aproximadamente ao número de chamadas que sai pelos respectivos *work exit points*, o que atesta o bom desempenho do objecto Pre Processamento. Ou seja, não existem razões para não acreditar que este objecto esteja a direccionar correctamente as chamadas para os respectivos operadores. Deve ainda realçar-se que ao maior número de chamadas está concomitantemente associado um tempo médio de espera mais alto.

Uma forma alternativa de observar o comportamento do sistema é associar imagens aos *labels* numéricos, de modo que os *work items* reflitam os seus atributos. Veremos isso na sub-secção seguinte.

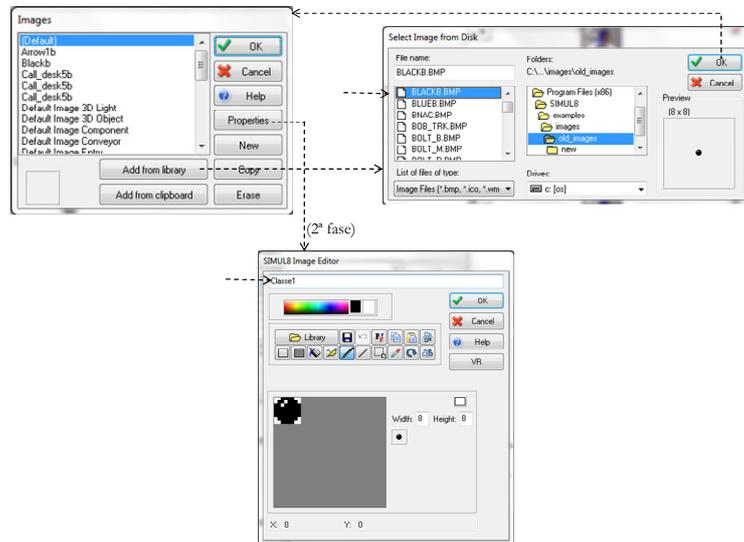
Os valores dos *labels* podem ser igualmente atribuídos em *work centers* e não necessariamente em *work entry points*, como acontece no exemplo que estamos a seguir. Em vez de atribuir valores fixos, como no exemplo, os atributos dos *work items* podem igualmente seguir uma distribuição discreta, no caso, no objecto Pre Processamento. No entanto, a estrutura actual, de atribuir um valor à entrada, tem a vantagem de os *work items* (chamadas) poderem ser controladas de uma forma independente (veja que poderia alterar a distribuição de cada um deles, por exemplo, de acordo com a hora do dia).

4.6.2 Label numérico para controlar a imagem de *work items*

Imagine que os *labels* numéricos têm associados designações que correspondem a imagens, por exemplo, Telele. Se o atributo de um *work item* for igual a 2, podemos associar ao *work item* a imagem Telele2, enquanto conservar o valor 2, no pressuposto de que a imagem exista. Vamos exemplificar.

- Abra o ficheiro Label 1 e salve-o como Label 2;
- **Graphics / Images e Add from Library**;
- Escolha a imagem `\Simul8\images\ old_images\BLACKB.bmp`;

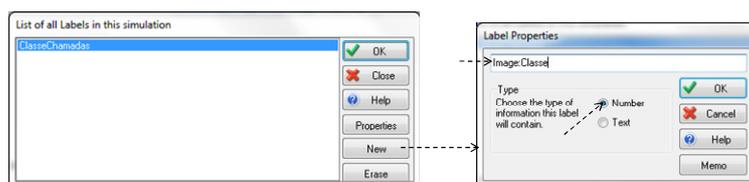
- **OK** e retorne à janela anterior (**Images**);
- Clique em **Properties** e altere o nome para Classe1 (confira que este nome figura agora na lista de imagens (janela **Images**));



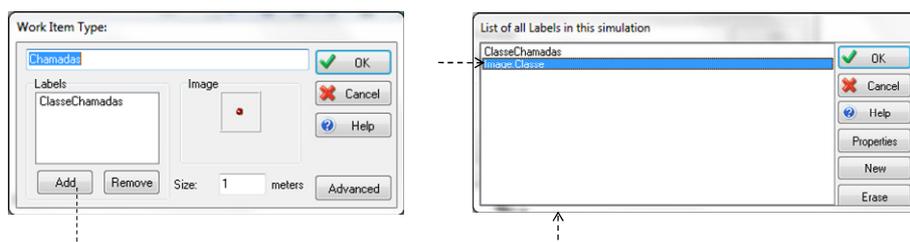
- Repita a operação, usando agora a imagem BLUEB e designando-a Classe2;
- Outra vez, mas agora com a imagem REDB e a designação Classe3;
- Retorne ao modelo.

Até aqui instruí o SIMUL8 de que existem três "novas" imagens, designadas Classe1, Classe2 e Classe3. Agora vamos criar um *label* numérico e associá-lo ao *work item* Chamadas.

- **Objects / Labels / New** e escreva o nome Image:Classe (assim mesmo, sem espaços; está a dar a indicação ao SIMUL8 de que a designação Classe está associada a imagem); confira que **Type** está em **Number**;

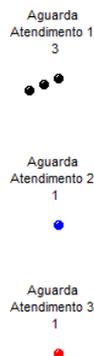


- Retorne ao modelo;
- **Objects / Work Item Types** e, tendo como o tipo de *work item* Chamadas, clique em **Add**;
- Em **List of all...**, escolha Image:Classe, e retorne ao modelo.



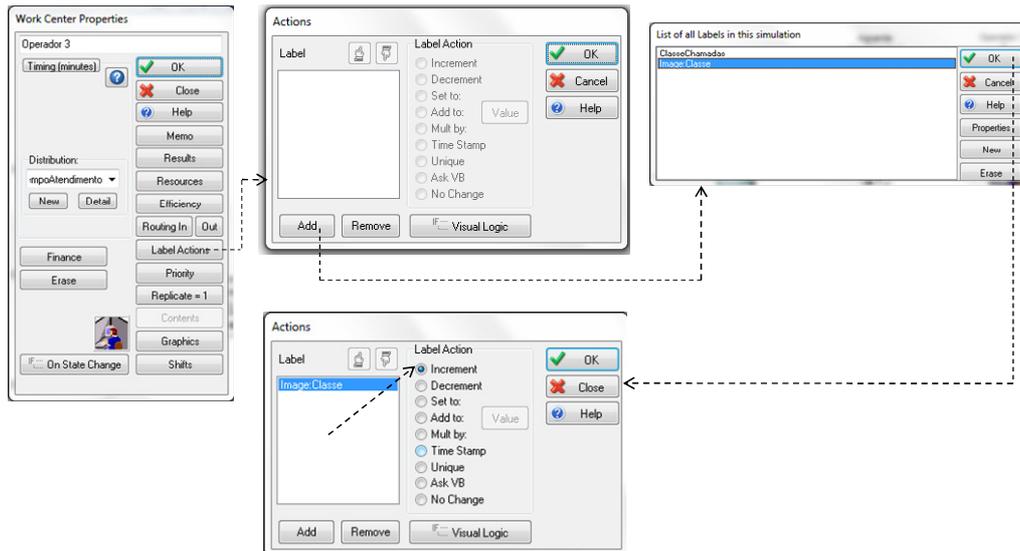
Vamos agora associar o *label* Classe aos *work items* em cada um dos *work entry points* e ajustar os respectivos valores.

- Duplo clique em Chegada de Chamadas 1;
- Na janela **Work Entry Point Properties**, clique em **Label Actions**;
- Clique em **Add** e selecione Image:Classe; retorne à janela anterior (**Action**);
- Escolha **Set to** e, na janela **Label Value**, escolha a distribuição **Fixed** com valor igual a 1;
- Retorne ao modelo;
- Repita as operações anteriores para os *work entry points* Chegada de Chamadas 2 e Chegada de Chamadas 3, e em **Label Value** coloque, respectivamente, o valor 2 e 3;
- Duplo clique em Pre Processamento;
- Na janela **Work Center Properties**, escolha **Graphics**;
- Na janela **Work Center Graphics, Work Items's Image on Exit**;
- Verifique que está activada a primeira opção, referida com (Default): quer dizer, cada *work item* mantém a imagem que trazia anteriormente; **OK**;
- Execute uma simulação a um ritmo baixo, para se dar conta das diferentes cores associadas às chamadas. Retirando as setas de ligação, facilita (veja a imagem seguinte).



Se desejar que a imagem do *work item* se altere sempre que passa por um *work center* particular, por exemplo, incrementando o seu atributo em uma unidade, então o *label* deve ser adicionado ao *work center* onde a alteração se opera. Para ilustrar isso, vamos criar uma nova imagem e associá-la aos *work items* que abandonam o Operador 3.

- **Graphics / Images** e **Add from Library**;
- Escolha a imagem `\Simul8\images\ old_imagesGREENB.bmp`;
- **OK**, e na janela **Images**, atribua o nome Classe4;
- Duplo clique em Operador 3 e, em **Work Center Properties**, clique em **Label Actions**;
- Clique em **Add** e selecione **Image:Classe**; retorne à janela anterior;
- Em **Label Action**, selecione a opção **Increment**;
- Retorne ao modelo;



- Execute a simulação, e atente-se na cor da bola que sai do Operador 3;
- **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Label 2.

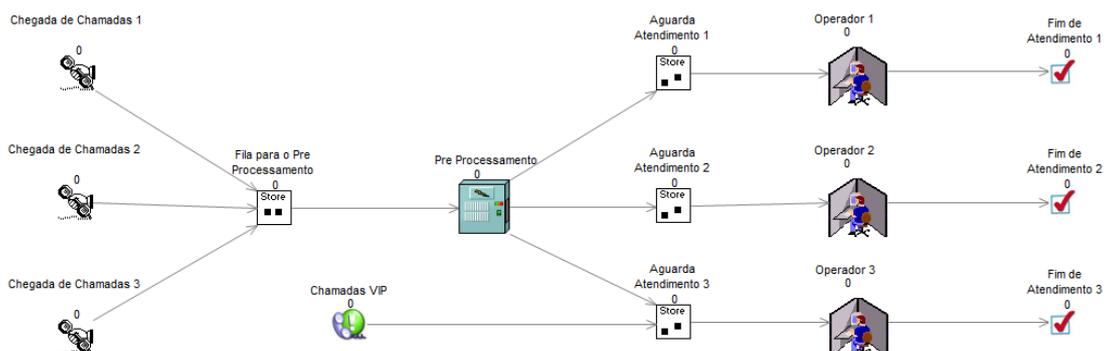
Uma nota importante: incrementando é uma das formas de alterar o valor de um atributo. Alterar valores e associar cores pode ser interessante em muitas situações de análise de problemas reais. Por exemplo, podem usar-se imagens ou cores específicas para verificar visualmente o número de chamadas retornadas, na sequência de desistências.

(Um possível problema: na execução desta simulação pode dar-se o caso de à saída do Operador 3 a bola manter sempre a mesma cor, azul; se assim suceder, altere as propriedades gráficas do Operador 3, colocando **Work Items's Image on Exit** em Default).

4.6.3 Label numérico para priorizar work items em filas

Vamos admitir que, para além do que está contemplado no modelo, existem chamadas com prioridade superior (VIP), e que são directamente encaminhadas para o Operador 3 sem passar pela fase do pré-processamento. Admite-se que em média há uma chamada com essas características a cada 10 minutos, ou seja, 6 por hora. Não há, contudo, qualquer alteração do tempo de atendimento por parte do respectivo operador.

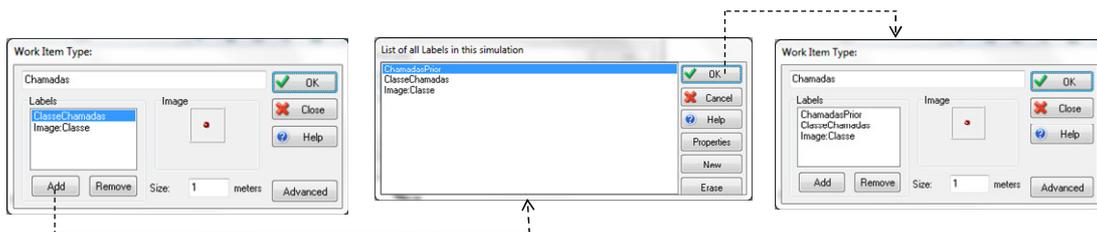
O modelo final terá o seguinte aspecto:



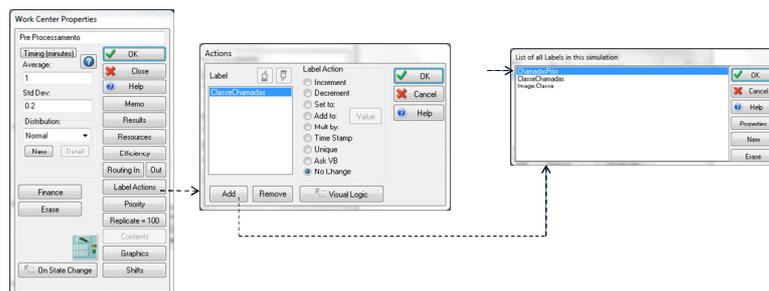
- Abra o ficheiro Label 2 e salve-o como Label 3;
- Crie um *work entry point*, designe-o por Chamadas VIP e atribua-lhe a imagem que entender;
- Estabeleça as ligações convenientes;
- Programe as chegadas com uma distribuição exponencial com média igual a 10 minutos.

Vamos criar um novo *label* para os *work items* que reflecta as prioridades desejadas.

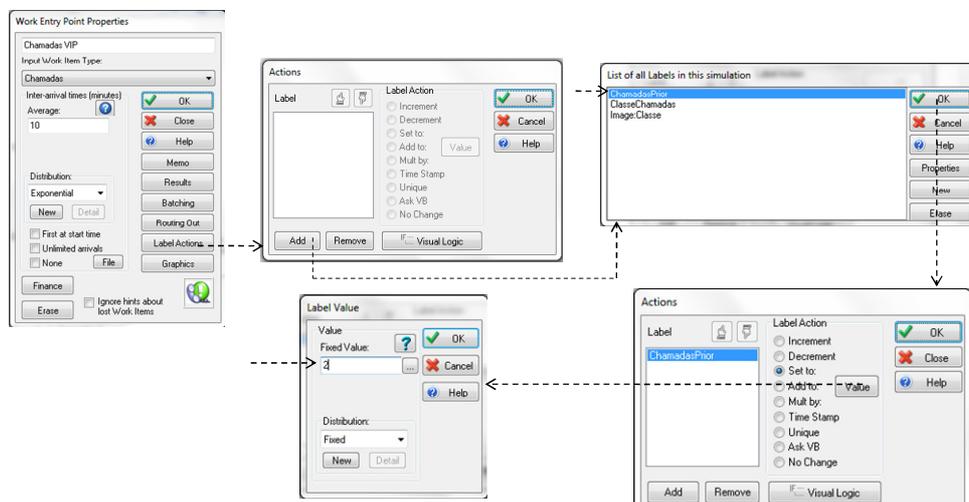
- **Objects / Labels** e crie um *label* numérico com o nome ChamadasPrior;
- **Objects / Work Items Types** e, na janela **Work Item Type** onde encontra identificados os *work items* do tipo Chamadas, escolha **Add** seguido do *label* ChamadasPrior.



- Duplo clique no objecto Pre Processamento, e escolha a opção **Label Actions**;
- Adicione o *label* ChamadasPrior



- Para cada um dos *work entry point*, Chegada de Chamadas 1, 2 e 3, adicione o *label* ChamadasPrior com o valor fixo igual a 1;
- Adicione-o igualmente ao *work entry point* Chamadas VIP, com o valor fixo igual 2;



Nesta altura, tem apenas garantido que o novo *label* ChamadasPrior é reconhecido pelos diversos intervenientes (os *work entry points* e o objecto Pre Processamento), e que o seu valor é igual a 1, para os *work items* que entram pelos *work entry points* Chegada de Chamadas 1, 2 e 3, e igual a 2, para as chamadas VIP. Porém, nada está estabelecido quanto às prioridades associadas aos valores assumidos pelo *label*. Antes de estabelecer estas prioridades, vamos simular o modelo assim como está.

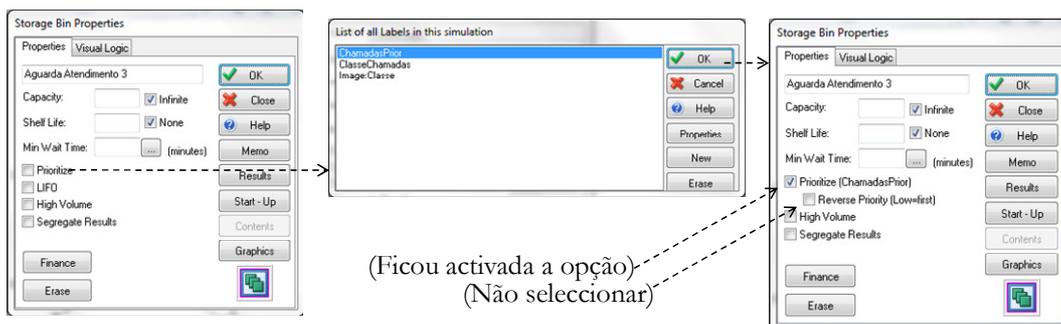
Recorde que, à saída do Operador 3, a imagem do *work item* transformava-se numa bola verde. Vamos retirar essa opção, e deixar a bola verde para as chamadas VIP.

- Duplo clique em Operador 3, e altere a imagem de saída para Classe3;
- Duplo clique em Chamadas VIP e use a opção **Label Actions** para atribuir o valor 4 ao *label* Image:Classe (não se esqueça de adicionar primeiro este *label* e **Set Value** igual a 4);
- Execute a simulação, e tente verificar que no objecto Operador 3 ocorrem dois tipos de chamadas, verde e vermelha.



Vamos agora definir prioridades associadas ao *label* ChamadasPrior.

- Duplo clique sobre a fila Aguarda Atendimento 3;
- Clique em **Prioritize** e escolha ChamadasPrior da lista;
- Retorne à janela **Storage Bin Properties**;
- Verifique que a opção **Reverse Priority** não está seleccionada, de modo a garantir que a valores mais altos do *label* ChamadasPrior correspondem prioridades mais altas (nota: em aplicações, não é raro definir o contrário, isto é, usar a opção **Reverse Priority**);



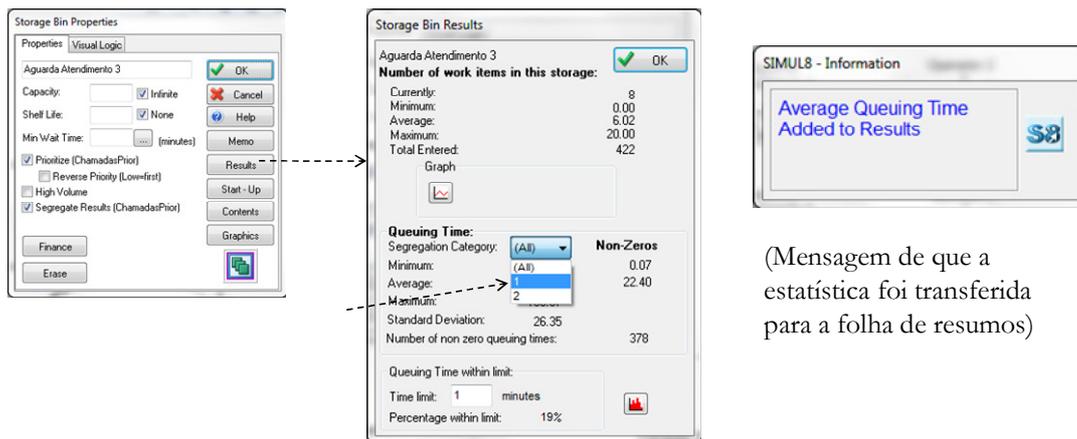
- Retorne ao modelo;
- Execute a simulação, e verifique que, em caso de concorrência, as chamadas VIP "ultrapassam" as chamadas vermelhas;
- **Reset**, e salve o modelo com o mesmo nome Label 3.

4.6.4 *Label* numérico para desagregar resultados

É razoavelmente expectável que, no modelo actual, o tempo médio de espera de uma chamada VIP seja inferior ao de uma chamada que entra pelo *work entry point* Chegada de Chamadas 3. O SIMUL8 permite a desagregação dos resultados observados para, no caso,

dar conta do tempo médio de espera de cada tipo de chamadas, assim como do número de chamadas completadas.

- Abra o ficheiro Label 3 e salve-o como Label 4;
- Duplo clique sobre a fila Aguarda Atendimento 3:
 - Seleccione **Segregate Results**;
 - Em **List of all ...** escolha o *label* ChamadasPrior;
 - Retorne ao modelo.
- Repita a operação para Fim de Atendimento 3;
- Execute a simulação a uma velocidade alta;
- Duplo clique em Aguarda Atendimento 3, e escolha a opção **Results**;
- Em **Queuing Time**, coloque o rato sobre a seta e
 - Escolha a categoria de desagregação 1 (quer dizer, a chamada com prioridade igual 1) e, depois de a seleccionar, clique na tecla direita do rato sobre **Average** para transferir esta estatística para a folha de resumos;
 - Escolha agora a categoria 2, e repita a operação anterior;
 - Escolha agora a opção **All**, e repita de novo a operação;
 - Retorne ao modelo.



(Mensagem de que a estatística foi transferida para a folha de resumos)

- Proceda em tudo idêntico ao anterior mas agora em relação ao objecto Fim de Atendimento 3, e igualmente ao tempo médio de estadia no sistema (nota: pode dar-se o caso de não se conseguir passar para a folha de resumos o número de chamadas de cada tipo, isto é, desagregadas, embora essa informação se possa obter na própria janela de resultados);
- Faça um **Trial** com 20 *runs*, e registre os resultados obtidos (veja o quadro um pouco mais à frente);

Observe que o tempo médio de espera em Aguarda Atendimento 3, para as chamadas normais, é de cerca 4 a 7 vezes superior que as das outras filas (23.11 minutos contra 5.68 e 3.40) por causa da prioridade de que gozam as chamadas VIP. Se retirar 72 chamadas (diárias) ao número 429.50 (última linha, coluna **Average Result**) obtém 357.5 chamadas normais, valor próximo da média dos outros dois *work exit points*.

- **Reset**, e salve o ficheiro (Label 4).

The screenshot shows a window titled "SIMUL8 Results Summary" with a "Results" header. Below the header are navigation icons and buttons for "Detail", "Help", and "OK". The table below displays performance metrics for three operators, with columns for "Low 95% Range", "Average Result", and "High 95% Range".

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Chegada de Chamadas 1	Number Entered	350.00	358.20	366.40
Chegada de Chamadas 2	Number Entered	309.00	316.75	324.50
Chegada de Chamadas 3	Number Entered	275.78	282.75	289.72
Aguarda Atendimento 1	Average Queuing Time	4.92	5.68	6.44
Aguarda Atendimento 2	Average Queuing Time	3.06	3.40	3.74
Fim de Atendimento 1	Number Completed	349.37	358.10	366.83
Fim de Atendimento 2	Number Completed	308.43	315.85	323.27
Aguarda Atendimento 3	Maximum Queuing Time	69.28	84.74	100.19
	Average Queuing Time (1)	17.13	23.11	29.09
	Average Queuing Time (2)	2.18	2.33	2.48
	Average Queuing Time	12.19	16.11	20.03
Fim de Atendimento 3	Average Time in System (1)	21.10	27.09	33.08
	Average Time in System (2)	5.16	5.33	5.51
	Average Time in System	15.85	19.78	23.71
	Number Completed	420.24	429.50	438.76

4.6.5 Label alfabético para especificar distribuições

Os *labels* podem usar-se para aplicar diferentes distribuições temporais a diferentes tipos de *work items* num mesmo *work center*. Neste caso, o *label* designa-se **Text Label** porque os seus atributos são designações e não números. O nome do atributo associado ao *work item* corresponde à respectiva distribuição.

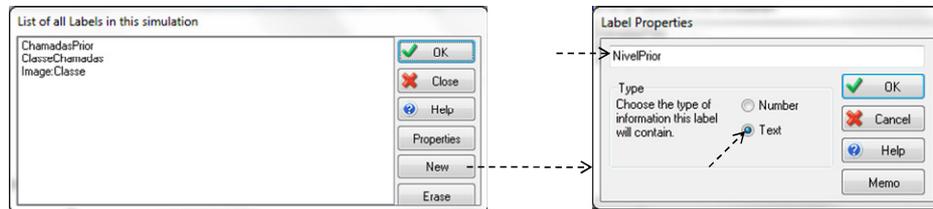
Vamos assumir que as chamadas de baixa prioridade que se dirigem ao Operador 3 levam mais tempo a serem despachadas que nos outros dois operadores, e que as chamadas VIP são despachadas mais depressa. Vamos ainda admitir que a distribuição do tempo de atendimento é Earlang-4, com média 3.2 minutos para as chamadas mais morosas, e Earland-4 com média 2.5 para as VIP.

Os passos a seguir são então os seguintes:

- i. Criar um *label* alfabético, seja NivelPrior, e associá-lo aos *work items* (no caso, Chamadas). Contém dois atributos que designaremos sugestivamente por BaixaPrior e AltaPrior;
- ii. Criar uma distribuição designada BaixaPrior para as chamadas normais que entram no Operador 3;
- iii. Criar uma distribuição designada AltaPrior para as chamadas VIP que entram no Operador 3;
- iv. Criar uma distribuição baseada no *label* NivelPrior. Vejamos: NivelPrior é uma distribuição no sentido lato, condicionada ao valor do *label*. Ela permite ajustar a distribuição do Operador 3 de acordo com o tipo de chamada;
- v. Parametrizar o Operador 3.

Vamos implementar estes passos no SIMUL8.

- Abra o ficheiro Label 4 e salve-o como Label 5;
- **Objects / Labels / New;**
- Na janela **List of all...**, clique em **New;**
- Atribua o nome NivelPrior e não se esqueça de dar a indicação de que se trata de um *label* do tipo **Text** (alfabético);

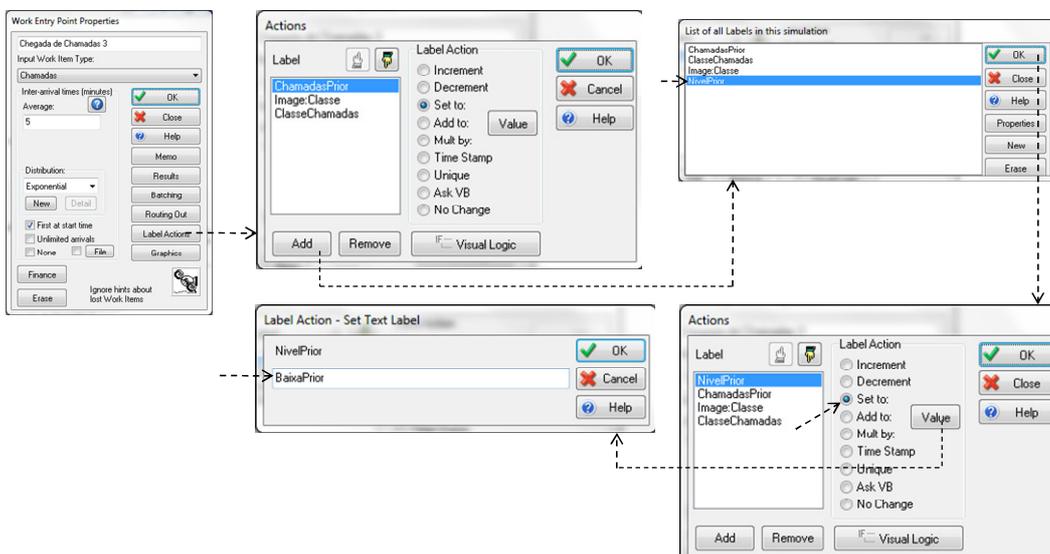


- Retorne ao modelo (confirme que o *label* foi adicionado à lista);
- **Objects / Work Item Types** e, na caixa de diálogos **Work Item Type**, e para o *work item* Chamadas (no caso, o único), clique em **Add;**
- Selecciona NivelPrior e retorne ao modelo;



Vamos agora associar nomes específicos aos *work items*, conforme o seu ponto de entrada no sistema.

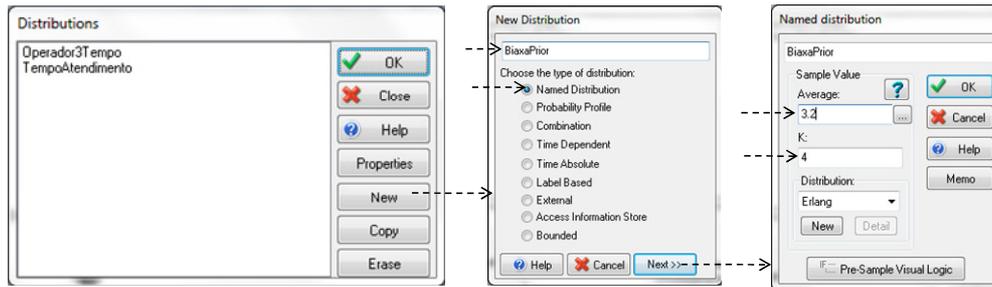
- Duplo clique em Chegada de Chamadas 3 e clique em **Label Actions** seguido de **Add;**
- Em **List of all...** seleccione NivelPrior e retorne à janela anterior (**Actions**);
- Escolha **Set Value** e, na janela **Label Action - Set Text Label**, escreva BaixaPrior;



- Retorne ao modelo;
- Repita a operação para as chamadas VIP (*work entry point* respectivo) e atribua o valor AltaPrior;

Vamos associar distribuições a cada um dos dois valores assumidos pelo *label* NivelPrior.

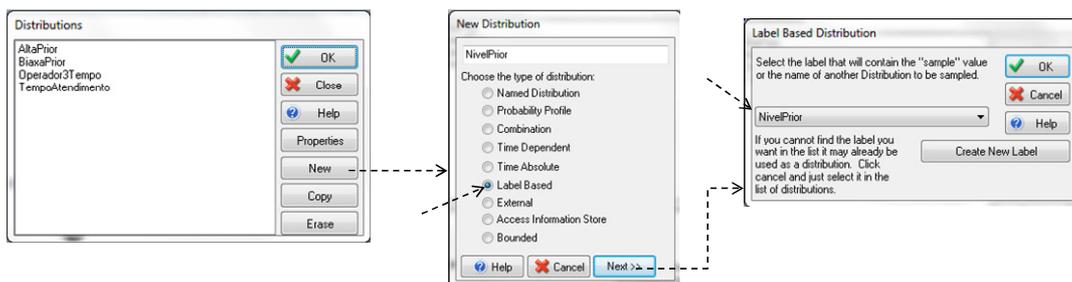
- **Objects / Distributions / New;**
- Em **New Distribution**, escreva BaixaPrior (cuidado que o valor do *label* é sensível às letras maiúsculas e minúsculas, *case sensitive*);
- Na janela **Named Distribution** escolha Erlang, com média igual 3.2 minutos e $K=4$;



- Retorne ao modelo;
- Repita a operação anterior, tendo em mente que a distribuição se chama agora AltaPrior, sendo Erlang com média 2.5 minutos e $K=4$.

Vamos criar agora uma distribuição associada a um label, que se refere às duas distribuições anteriores, e aplicá-la ao *work center* Operador 3.

- **Objects / Distributions;**
- Na janela **Distributions**, selecione **New**;
- Em **New Distribution**, escreva o nome da nova distribuição, NivelPrior, selecione a opção **Label Based**, e clique em **Next**;
- Em **Label Based Distribution**, active NivelPrior;



- Retorne ao modelo.
- Sabe-se que esta distribuição é baseada em *label* alfabético e pode assumir dois valores, BaixaPrior e AltaPrior.
- Altere a distribuição do Operador 3 para NivelPrior;



- Retorne ao modelo.
- Execute um **Trial** e compare os resultados obtidos agora com os anteriores (nota: para desagregar resultados, é necessário ter um *label* numérico. No caso, pode usar ChamadasPrior que tem correspondência com NivelPrior; numa situação mais geral, deverá criar um *label* numérico paralelo, com uma relação biunívoca com o *label* alfabético).

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Chegada de Chamadas 1	Number Entered	350.00	358.20	366.40
Chegada de Chamadas 2	Number Entered	309.00	316.75	324.50
Chegada de Chamadas 3	Number Entered	275.78	282.75	289.72
Chamadas VIP	Number Entered	137.85	142.75	147.65
Aguarda Atendimento 1	Average Queuing Time	4.92	5.68	6.44
Aguarda Atendimento 2	Average Queuing Time	3.06	3.40	3.74
Aguarda Atendimento 3	Maximum Queuing Time	61.52	73.83	86.14
Fim de Atendimento 1	Number Completed	349.37	358.10	366.83
Fim de Atendimento 2	Number Completed	308.43	315.85	323.27
Aguarda Atendimento 3	Average Queuing Time (2)	2.08	2.17	2.25
	Average Queuing Time (1)	14.51	18.97	23.43
	Average Queuing Time	10.40	13.33	16.26
Fim de Atendimento 3	Average Time in System (1)	18.69	23.18	27.66
	Average Time in System (2)	4.56	4.67	4.78
	Average Time in System	14.04	16.98	19.93
	Number Completed	420.55	429.70	438.85

Confira: tal como na versão anterior, o tempo médio de espera e tempo médio de estadia no sistema é inferior para as chamadas de prioridade mais alta; porque o tempo médio de duração de uma chamada mais prioritária é agora mais baixo, as duas grandezas atrás referidas têm agora valores mais baixos, em ambos os casos.

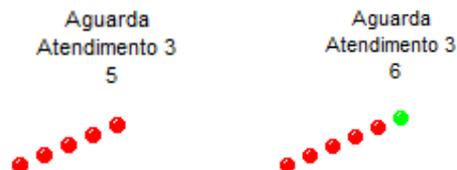
- **Reset**, e guarde o modelo com nome Label 5.

4.6.6 Label alfabético para configurar work items

Por vezes, é importante perceber o estado de um *work item* no sistema. O SIMUL8 permite utilizar *labels* alfabéticos para alterar a imagem de *work items* consoante o seu estado. Por exemplo, se o *label* assumir o valor "BolaAzul", o *work item* passará a ter a imagem BolaAzul.bmp, no pressuposto de que esta imagem exista. Notar que o *label* e a imagem não têm necessariamente o mesmo nome. Esta coincidência pode ajudar a configurar os *labels*.

Vamos ilustrar a situação descrita, discriminando os *work items* do exemplo anterior que possuem prioridades diferentes.

- Abra o ficheiro Label 5 e salve-o como Label 6;
- Antes de proceder a alterações, execute o modelo para verificar o comportamento dos dois tipos de chamadas (veja como, em caso de concorrência, as chamadas VIP ultrapassam as outras; confirme que as verdes passam à frente);

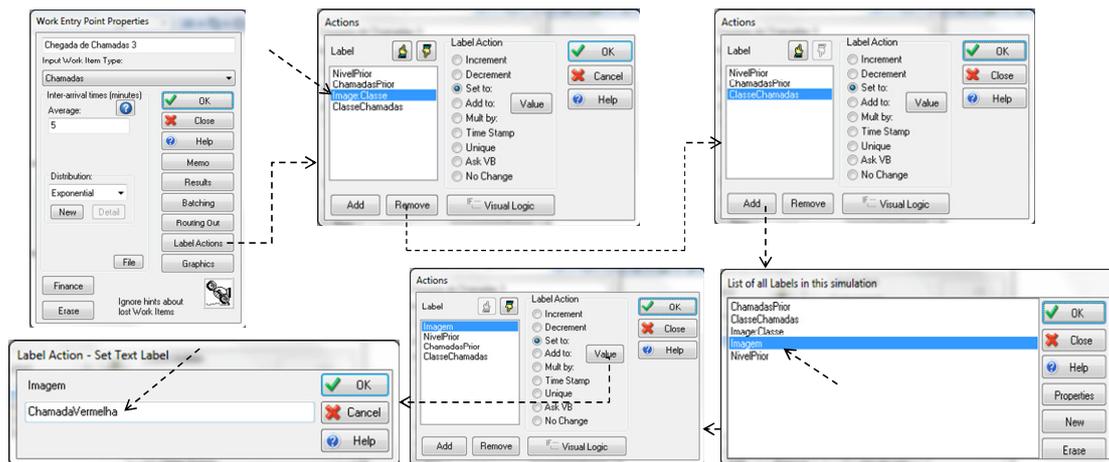


- **Objects / Labels / New** e crie um *label* do tipo texto, designando-o Imagem;

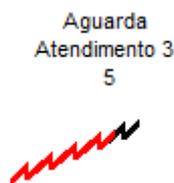


Vamos associar este *label* ao *work item* (único, no caso) Chamadas;

- **Objects / Work Item Types / Add** e associe o *label* alfabético Imagem ao *work item* Chamadas;
- **Graphics / Images / Add from Library** e adicione a imagem **Call_r** da pasta **old_images** e designe-a ChamadaVermelha;
- Repita a operação anterior, mas agora em relação à imagem **Call_b** e a designação ChamadaPreta;
- Duplo clique em Chegada de Chamadas 3, e escolha a opção **Label Actions**;
- Remova o *label* Image:Classe e adicione (**Add**) o *label* Imagem activando o valor ChamadaVermelha, e retornando de seguida ao modelo;



- Repita a operação para o *work entry point* Chamadas VIP e coloque o *label* com o valor ChamadaPreta;
- Execute o modelo e atente-se nas imagens que vão surgindo no *storage bin* Aguarda Atendimento 3;



- **Reset**, e salve o ficheiro com o nome Label 6.

4.7 Visual Logic

Até agora preocupámo-nos com a parametrização de sistemas de simulação usando apenas comandos disponíveis nas barras de ferramentas, completando-os, sempre que necessário, através das subsequentes janelas de diálogo. Porém, as funcionalidades do SIMUL8 não se esgotam nas possibilidades referidas. É possível programar o funcionamento de sistemas através da linguagem de programação Visual Basic. Os utilizadores menos familiarizados com esta linguagem podem contar com uma versão amigável, disponibilizada pelo SIMUL8, para escrever os seus programas, a partir do momento em que tenham percebido a lógica da programação. Essa versão designa-se Visual Logic, e a lista completa dos seus comandos, incluindo explicação, pode encontrar-se em **Help**, sob o domínio **Visual Logic**.

Neste contexto, faremos uma abordagem elementar do Visual Logic, socorrendo-nos como habitualmente de exemplos concretos.

4.7.1 Número de operadores em função da procura

Vamos ver como se pode fazer variar o número de operadores em função da procura, quer dizer, do número de chamadas. Neste exemplo, vamos usar dois operadores quando a procura é baixa e três quando é alta. Como limiar da procura alta, fixamos em 4 o número de chamadas em espera, ou seja, quando este número é atingido, aumenta-se o número de

operadores de serviço para três. Portanto, se existirem 4 ou eventualmente mais chamadas em espera, fazemos **Replicates=3**.

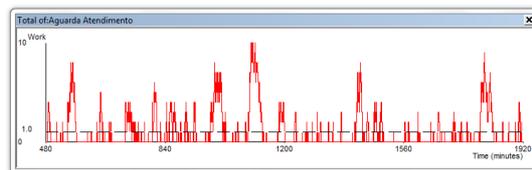
- Abra o ficheiro Call Center 4 e salve-o como Visual Logic 1;
- Remova o Operador 2 e o Operador 3, e os respectivos *work exit points*;
- Altere o nome Operador 1 para Operadores e passe a designar o respectivo *work exit point* apenas por Fim de Atendimento;
- Duplo clique em Operadores, e escolha a opção **Replicates**;
- Na janela **Quick Replicate**, faça **Effective number of work centers** escreva 3;

Em termos gráficos o modelo fica com o seguinte aspecto:



- Retorne ao modelo;
- Duplo clique em Aguarda Atendimento:
 - Clique em **Results**;
 - Em **Graph** assegure-se de que tem seleccionada a opção **Plot every change**; 
 - Retorne ao modelo.
- Com o *storage bin* Aguarda Atendimento seleccionado, carregue no ícone **Time Graph**;
- Faça o mesmo, agora em relação ao *work center* Operadores;
- Execute o modelo;
- Altere várias vezes a sequência dos números aleatórios e repita a operação.

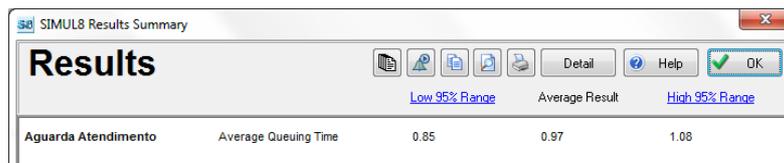
Vamos a contas: o tempo médio entre chegadas é igual 1.5 minutos (confirme), pelo que em média se esperam 40 chamadas por hora; o tempo médio de serviço (leia-se, atendimento) é de 3.0 minutos (confirme) e, assim sendo, cada operador dá em média vazão a 20 chamadas por hora. Portanto, é de esperar que, dos três operadores (lembre-se, **Replicates = 3**), apenas dois se encontrem ocupados em cada instante. Não há, por isso, razões para se formarem sistematicamente filas para o atendimento (com excepção para possíveis picos que decorram do contexto aleatório em que nos encontramos inseridos).



A imagem seguinte foi captada quando surgiram novas chamadas numa altura em que os três operadores se encontravam ocupados.



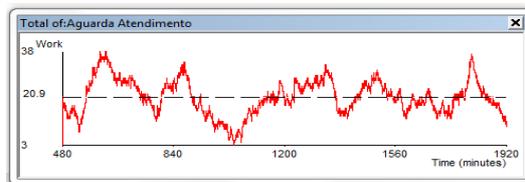
- Execute um **Trial** com 20 *runs*, indicando intervalos de confiança a 95% para o tempo médio de espera para todos os *work items* em Aguarda Atendimento. Certifique-se previamente que **Warm Up Period** é igual a 480 minutos e que **Results Collection Period** é igual a 1440 minutos.



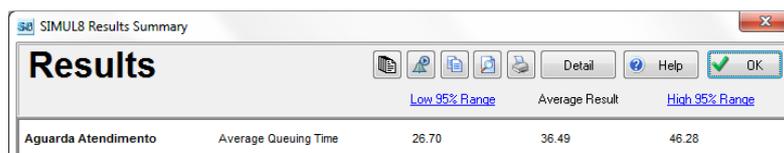
Faça uma pequena alteração: considere apenas dois operadores, e observe o comportamento do sistema através dos mesmos dois gráficos que anteriormente.

- Duplo clique em Operadores, **Replicates** e coloque o valor em 2;
- Execute a simulação, usando diferentes sequências de números aleatórios.

Vai poder verificar uma maior acumulação de chamadas na fila Aguarda Atendimento e que a ocupação dos Operadores é total.



- Execute agora um **Trial**, igualmente com 20 *runs*, e registre a informação do tempo médio de atendimento em Aguarda Atendimento.



Veja só o aumento do tempo médio de espera.

Vamos parametrizar o número de operadores em serviço em função das chamadas em espera na fila Aguarda Atendimento. Em termos gerais, deveria poder dizer-se ao SIMUL8 o seguinte:

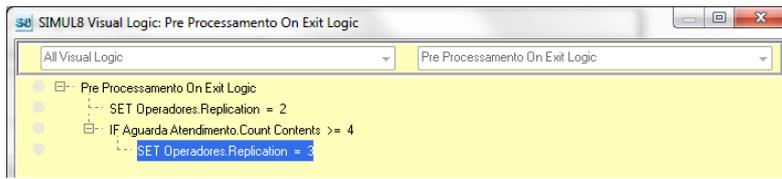
Se o número de chamadas em espera for maior ou igual a 4, coloque **Replicates** dos Operadores em 3; caso contrário, mantenha-o em 2. Os alunos familiarizados com linguagens de programação, escreveriam o pseudo-código assim:

```

if (Aguarda Atendimento.work items >= 4)
    Operadores.Replicates = 3;
else Operadores.Replicates = 2;

```

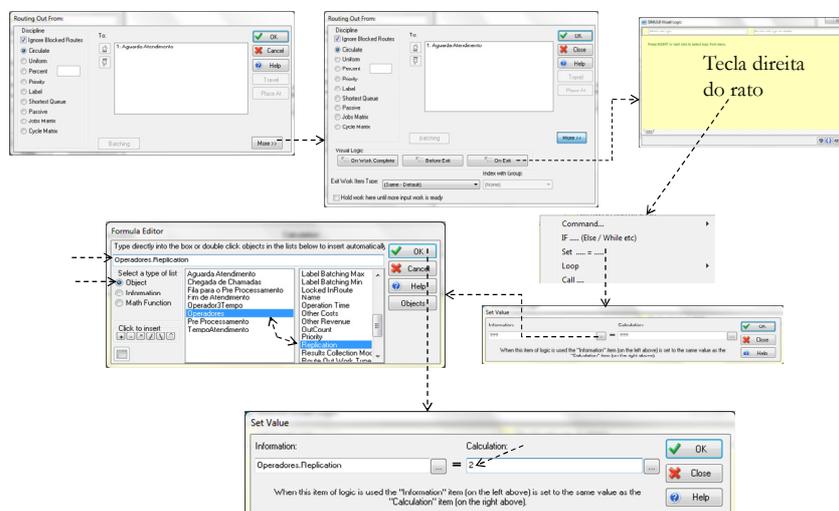
Em ambiente Visual Logic, a forma de dar indicações do género não é muito diferente. O programa em Visual Logic terá o seguinte aspecto final:



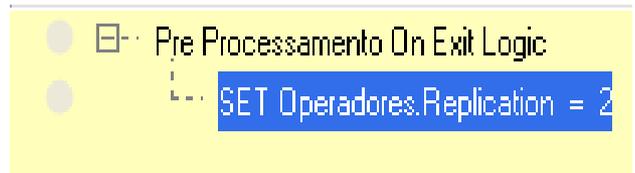
A ideia subjacente a este programa é que o número de operadores é fixado em 2, e sofre modificação no caso de o número de chamadas em Aguarda Atendimento atingir o valor 4 ou superior, passando então a ser igual a 3. Vamos então proceder à parametrização "dinâmica" do número de operadores no sistema.

Primeiro passo: colocar o número de Operadores em 2:

- Duplo clique no objecto Pre Processamento:
 - Seleccione **Routing Out**;
 - Na janela **Routing Out From**, clique em **More**, se entretanto não estiverem disponíveis todas as opções do Visual Logic;
 - Clique agora em **If ... On Exit**;
 - Na janela do Visual Logic (a amarelo), carregue a tecla **Insert** ou **Tecla direita do rato**;
 - Escolha **Set ... = ...** (vai atribuir valor a um parâmetro);
 - Na janela **Set Value** clique em **...** que quer dizer vai dar uma certa informação;
 - Na janela **Formula Editor**, escolha **Object**;
 - Duplo clique em Operadores na sub-janela do lado esquerdo seguido de duplo clique em **Replication** na sub-janela do lado direito. Vai-lhe aparecer no local apropriado o parâmetro associado ao objecto: Operadores.Replication (confirme);
 - **OK**, para retornar à janela **Set Value**, onde deverá dar indicação que Operadores.Replication = 2;
 - **OK**, para retornar à janela do Visual Logic.

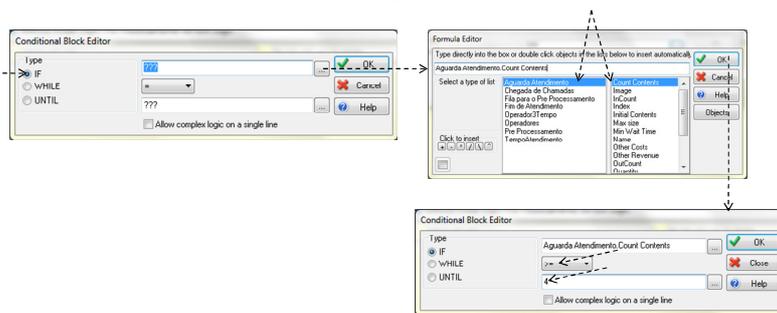


A janela do Visual Logic fica assim preenchida:

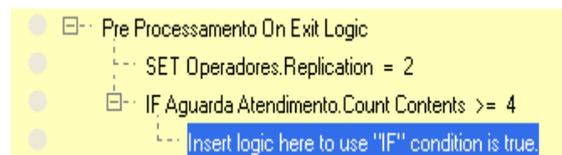


Segundo passo: colocar o número de operadores em 3, caso as chamadas em fila atinjam o valor 4 ou superior.

- (Não se esqueça que se mantém na janela do Visual Logic) Tecla **Insert** ou **Tecla direita do rato**:
 - Escolha **IF ... (Else / While Etc)**;
 - Em **Conditional Block Editor**, escolha **Type IF**;
 - Clique em ... para introduzir informação;
 - Seleccione **Object** e, na lista dos objectos, faça duplo clique em **Aguarda Atendimento** e a seguir em **Count Contents** (confirme que esta informação está actualizada no sítio correspondente);
 - **OK**;
 - Na janela **Conditional Block Editor** escolha a condição **>=** e coloque o valor em 4;
 - Retorne à janela do Visual Logic.

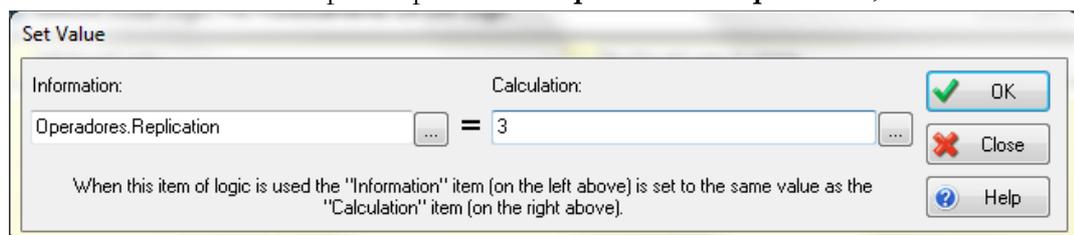


A informação introduzida já consta da janela do Visual Logic.

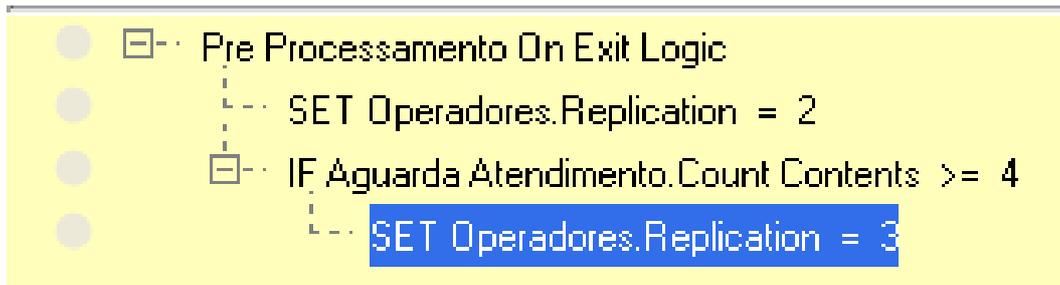


Terceiro passo: Inserir o comando a activar, caso a condição seja verdadeira.

- Na janela do Visual Logic, clique na tecla **Insert**:
 - **Set Value**;
 - **Object** e, duplo clique em **Operadores** e **Replication**;
 - **OK**;
 - Escreva o valor 3 para o parâmetro **Operadores.Replication**;



- **OK**, retorne à janela do Visual Logic, e certifique-se de que o seu programa está actualizado.



- Feche a janela desta ferramenta de programação, e retorne ao modelo;
- Execute o modelo, e preste atenção ao aumento do número de operadores quando a fila se torna extensa. As duas imagens seguintes foram captadas em momentos em que, com 5 chamadas em espera, havia num caso apenas dois operadores em serviço e noutro já com os três operadores em actividade.



(Nota importante: aparentemente existe uma contradição com o que acabamos de verificar. Estaríamos à espera que a actualização do número de operadores fosse imediata, mal se verificasse a condição expressa no programa em Visual Basic. É então necessário investigar a forma como o SIMUL8 efectua a actualização. Ou seja, quando é que o SIMUL8 vai efectivamente "contar" as chamadas em espera. Por exemplo, poderia ser numa altura em que pelo menos um dos operadores estivesse fora de serviço. Nessa circunstância, as chamadas acumular-se-iam em Aguarda Atendimento, enquanto ambos os operadores estivessem ocupados. Fica como exercício investigar esta situação. Lembre-se, mais uma vez: não deixe passar nada em claro).

- Execute um **Trial** com 20 *runs* e registe a informação sobre os tempos de espera.

	Average Queuing Time	Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento	2.96	3.10	3.24	

Notar que o 3º operador entra em actividade apenas quando existem 4 ou mais chamadas em espera. Por isso, o tempo médio de espera é superior ao do caso em que há 3 operadores permanentemente em actividade.

- **Reset**, e guarde o modelo ainda com o nome Visual Logic 1.

Vamos tentar reproduzir agora o pseudo-código:

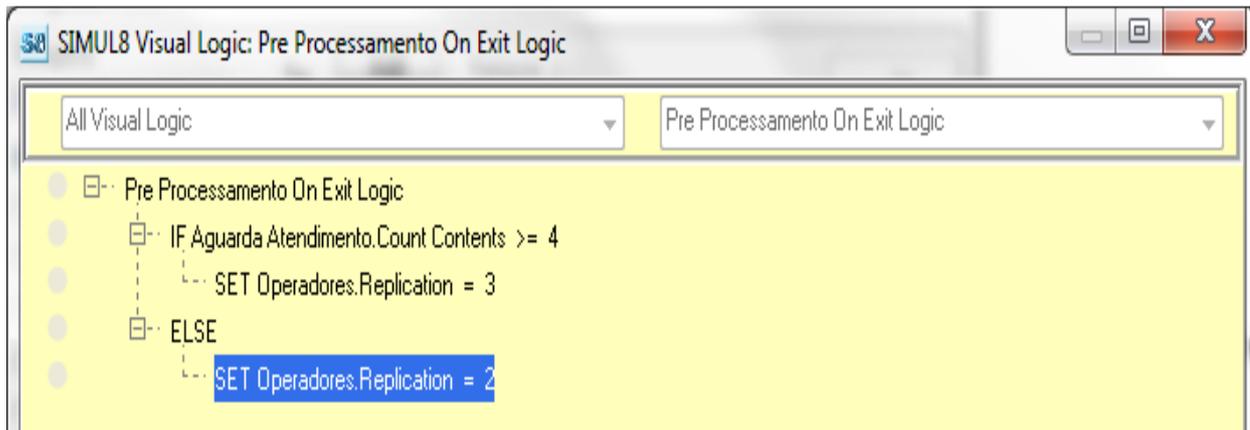
```

if (Aguarda Atendimento.work items >= 4)
    Operadores.Replicates = 3;
else Operadores.Replicates = 2;

```

em Visual Logic. Esta seria a forma, digamos assim, natural de programar.

- Abra o ficheiro Visual Logic 1, e salve-o como Visual Logic 1A;
- Escreva o pseudo-código descrito atrás na linguagem Visual Logic;



- Faça um **Trial** idêntico ao anterior e registre os resultados obtidos.

Aguarda Atendimento	Average Queuing Time	Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
		2.96	3.10	3.24

Sem comentários.

4.7.2 Maior complexidade na definição do número de operadores

Na sub-secção anterior usámos uma regra muito simples para decidir sobre o aumento do número *work centers*, em função da procura. Vamos assumir que existe no sistema o *work center* Operador 3 e que os *work items* são para lá direccionados, caso a fila para os outros dois operadores tenha em espera 4 ou mais chamadas e simultâneamente a fila (criada para o efeito) do Operador 3 não tenha mais do que 2 chamadas em espera. Suponha que a fila para os operadores 1 e 2 se designa Aguarda Atendimento 1 e 2 e a outra Aguarda Atendimento 3. Em termos de pseudo-código seria:

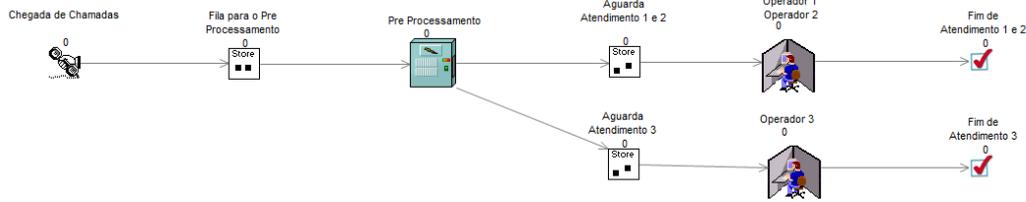
```

if (Aguarda Atendimento 1 e 2.Count Contents >= 4)
    if (Aguarda Atendimento 3.Count Contents < 2)
        Enviar work item para Aguarda Atendimento 3;
    else Enviar work item para AguardaAtendimento 1 e 2;

```

Note que parte deste pseudo-código já está escrito em notação Visual Logic.

A decisão de enviar para uma ou outra fila será da responsabilidade do objecto Pre Processamento, para o que se deve programar a sua opção **Routing Out**. Um possível desenho do modelo final seria:



Vamos usar um *label* para catalogar o "próximo" *work item*: por exemplo, se o *label* assumir o valor 1, dirigir para Aguarda Atendimento 1 e 2; caso contrário, dirigir para Aguarda Atendimento 3. Os valores 1 e 2 são atribuídos de acordo com a regra referida anteriormente.

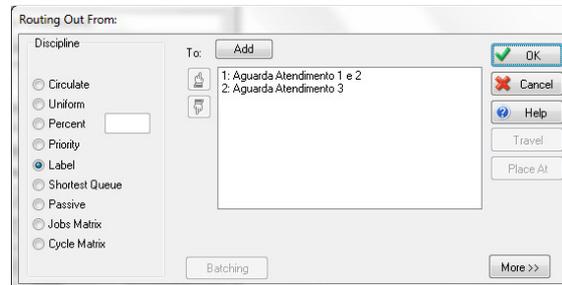
- Abra o ficheiro Call Center 4 e salve-o como Visual Logic 2;
- Crie um *storage bin*, um *work center* e um *work exit point* de modo a isolar o Operador 3; atribua designações como na representação anterior; faça os arranjos gráficos que entender;
- Confirme que os três operadores partilham a mesma distribuição, TempoAtendimento, e clique em **Detail** para confirmar que se trata de uma Erlang com média 3 minutos e o parâmetro de forma $K=4$;
- Confirme que **Replicates=2** no caso do *work center* Operador 1 Operador 2, e **Replicates=1**, no caso do *work center* Operador 3.

Vamos criar um *label* para controlar o encaminhamento dos *work items*, mas nesta fase inicial vamos direccioná-los para os dois primeiros operadores, sem intervenção do controlo via Visual Logic.

- **Objects / Labels / New** e crie um *label* novo (**New**), do tipo numérico, e designe-o por Caminho;
- **Objects / Work Item Types** e adicione (**Add**) Caminho ao (único) tipo de *work items* Chamadas;
- Duplo clique em Pre Processamento, e seleccione **Routing Out**:
 - Em **Discipline**, escolha **Label** (quer dizer, há um controlo por *label*);
 - Verifique que a primeira escolha é Aguarda Atendimento 1 e 2 e que a segunda escolha é Aguarda Atendimento 3;
 - **OK**, retorne à janela **Work Center Properties**.
- Clique em **Label Actions**:
 - **Add Caminho**;
 - **Set Value 1**;
- Retorne ao modelo;
- Assegure-se de que, em **Results**, está activada a opção **Plot every change** para todos os operadores;
- Abra a janela **Time Chart** para os dois primeiros operadores e para a respectiva fila;

- Execute o modelo, primeiro em velocidade baixa, para se dar conta do seu comportamento, e depois acelere.

Vai reparar que não são encaminhadas chamadas para a fila *Aguarda Atendimento 3*, porque o único valor que o *label* Caminho assume é 1, e isso implica direccionar para *Aguarda Atendimento 1 e 2*. Veja:



- Confirme que **Warm Up Period** é igual a 480, e que **Results Collection Period** é igual a 1440 (minutos);
- Colija a informação sobre os tempos médios de espera (**Results / Results Summary**) e execute um **Trial** com 20 *runs*;
- Indique os resultados obtidos.

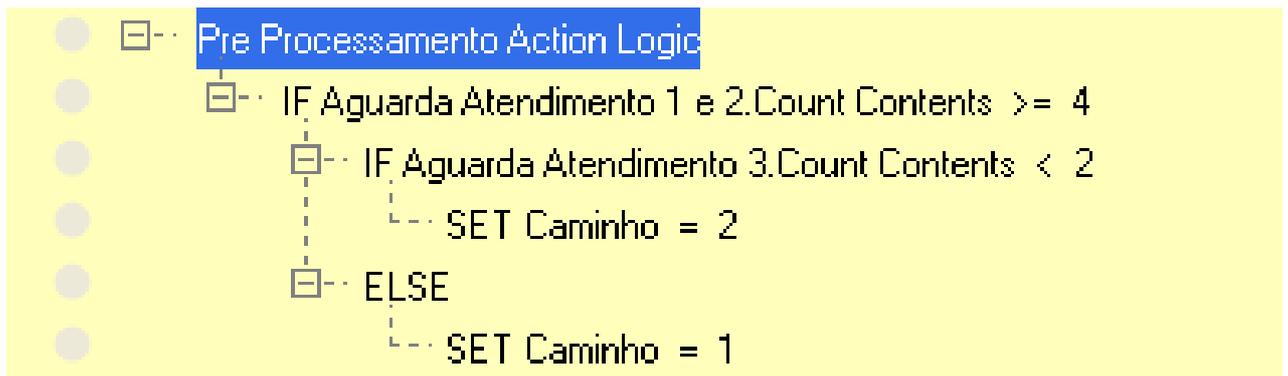
		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento 1 e 2	Average Queuing Time	28.99	38.28	47.57
Aguarda Atendimento 3	Average Queuing Time	0.00	0.00	0.00

Vamos agora programar o encaminhamento das chamadas. O programa final terá este aspecto:

```

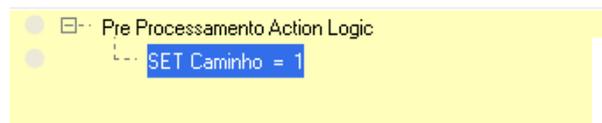
● □ Pre Processamento Action Logic
  □ SET Caminho = 1
    □ IF Aguarda Atendimento 1 e 2.Count Contents >= 4
      □ IF Aguarda Atendimento 3.Count Contents < 2
        SET Caminho = 2
  
```

Vamos interpretar: O *label* Caminho tem o valor 1; caso a primeira condição seja verdadeira, é feito um teste relativamente à segunda condição: se for verdadeira, é executada a instrução Caminho=2; se for falsa, não se altera o valor do *label* Caminho e, portanto, mantém o valor anterior (Caminho=1). Preste atenção na primeira linha do programa: **Pre Processamento Action Logic** indica que a actividade do *work center* Pre Processamento segue a lógica indicada e está associada a um *label*. Alternativamente, poder-se-ia usar o seguinte conjunto de instruções, mais consonante com a lógica da programação, e que expressamos anteriormente em termos de pseudo-código.



Vamos escrever em Visual Logic o primeiro dos dois programas. Fica como exercício reproduzir este último.

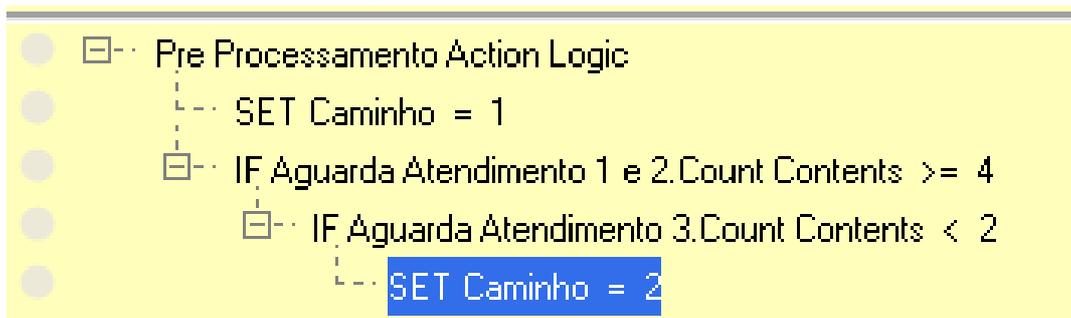
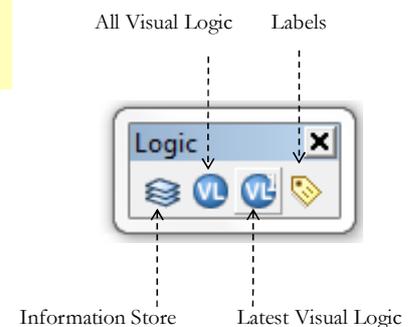
- Duplo clique em Pre Processamento e, na janela **Work Center Properties**, clique em **Label Actions** e, na janela **Action** clique em **if.. ... Visual Logic**;
- Clique na tecla *insert* na janela do Visual Logic, e no menu que se segue, escolha **Set ... = ...**;
- Na janela **Set Value**:
 - Clique em ... relativo ao **Information**;
 - Na caixa de diálogo **Formula Editor**, escolha **Object** na opção **Select a type of list**;
 - Duplo clique em Caminho na janela do lado esquerdo;
 - **OK**, e retorna à janela **Set Value**;
 - Escreva 1 na caixa intitulada **Calculation**;
 - **OK**, e retorne à janela do Visual Logic.



- Retorne ao modelo;
- Faça um **Trial**, e comente o resultado obtido.

Vamos agora definir as regras de reencaminhamento.

- Clique no ícon **Latest Visual Logic**;
- Coloque o cursor sobre a instrução **Set Caminho = 1**;
- Tecla *insert* ou tecla direita do rato, e clique em **If... (Else / While, etc)**;
- (Escreva o restante código, até obter)



- Feche a janela do Visual Basic, e retorne ao modelo;

- Execute uma simulação, e atente-se no comportamento do *work center* Pre Processamento (veja as imagens seguintes, para se dar conta do encaminhamento de chamadas);



- Actualize a folha de resumos com informação sobre o número médio de *work items* nos *work centers* Operador 1 Operador 2 e Operador 3;
- Execute um **Trial** com 20 *runs*, e registre o resultado obtido.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento 1 e 2	Average Queuing Time	2.80	2.92	3.04
Aguarda Atendimento 3	Average Queuing Time	2.08	2.26	2.44
Operador 1 Operador 2	Average use	1.76	1.77	1.79
Operador 3	Average use	0.22	0.24	0.26

Note que o primeiro *work center* contém dois operadores em actividade (lembre-se de que **Replicates**=2). Por isso, a ocupação em média de cada um deles obtém-se dividindo 2.26 por 2, o que perfaz 1.13 *work items*. Mesmo assim, o Operador 3 ocupa-se em média aproximadamente com um quarto desse número. Os tempos de espera vêm também reduzidos, mas ainda superiores aos que se obteriam com os três operadores disponíveis ao mesmo tempo.

Assuma agora que o Operador 3 leva em média mais 20% de tempo a atender as chamadas, que os outros dois operadores. Vejamos então como se comporta o sistema numa tal hipótese.

- Clique em Operador 3 e altere-lhe a distribuição para Erlang com média 3.6 e $K=5$;
- Execute um **Trial** e registre os resultados obtidos.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range
Aguarda Atendimento 1 e 2	Average Queuing Time	2.93	3.09	3.26
Aguarda Atendimento 3	Average Queuing Time	2.78	3.03	3.29
Operador 1 Operador 2	Average use	1.76	1.78	1.80
Operador 3	Average use	0.26	0.28	0.30

Veja que, na situação anterior o Operador 3 tinha uma média de atendimento de 0.24 e agora essa média é igual a 0.28, sensivelmente superior em 20% ($0.24 \times 1.2 = 0.288$). Repare

ainda no aumento dos tempos médios de espera na respectiva fila. Um menor desempenho deste operador teve como consequência um menor desempenho global.

- **Reset**, e salve o ficheiro ainda com o nome Visual Logic 2.

A nossa abordagem do Visual Logic neste curso termina aqui. Como já reparou, são inúmeras as potencialidades desta linguagem de programação. O desenvolvimento da mesma fica, no entanto, reservado para um curso de segundo nível sobre SIMUL8.

Com esta apresentação termina também a matéria destinada à cadeira Simulação de Sistemas e Operações, do MGMT - Mestrado em Gestão de Serviços e da Tecnologia, da IBS - ISCTE Business School.

Os alunos beneficiar-se-iam em assistir ao Webminar realizado pela empresa SIMUL8 Corporation, e que se encontra disponível no sítio www.simul8.com/whysimul8_webinar, antes de efectuar o seu trabalho final.

5 Referências

- [1] Arsham, H., "System Simulation: The shortest Route to Applications", disponível na Internet através do endereço:
<http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/simulation/sim.htm>
- [2] Banks, J., Carson II, J.S., Nelson, B.L., and Nicol, D.M. (2005), *Discrete-Event System Simulation*, Pearson Education Inc., Fourth Edition.
- [3] Brito, A. e Teixeira, J.M.F. (2001), *Simulação por Computador*, Publindústria.
- [4] Concannon, K., Elder, M., Hunter, K., Tremble, J., and Tse, S. (2006), *Simulation Modeling with SIMUL8*, Visual Thinking International.
- [5] Fishwick, P.A. (1995), "Computer Simulation: The Art and Science of Digital World Construction", disponível na Internet através do endereço:
<http://www.cise.ufl.edu/~fishwick/introsim/paper.html>
- [6] Maguire, J.N. (1972), "Discrete Computer Simulation- Technology and Applications- The Next Ten Years," Proceedings of the Spring Joint Computer Conference, 815-826.
- [7] Shalliker, J. (2009), *An Introduction to Simulation in the Service Industry using SIMUL8 2009* (release 16), for SIMUL8 Corporation.
- [8] Shalliker, J., and Ricketts, C. (2009), *An Introduction to Simulation in the Manufacturing Industry using SIMUL8 2009* (release 16), for SIMUL8 Corporation.
- [9] SIMUL8: Manual and Simulation Guide, by SIMUL8 Corporation.
- [10] Szczerbicka, H., Trivedi, K.S., and Choudhary, P.K. (2004), "Discrete Event Simulation with Application to Computer Communication Systems Performance: Introduction to Simulation", IFIP International Federation for Information Processing, Volume 157/2004, 271-304.
- [11] van Til, R., Banachowski, Wagner, S., Sengupta, S., and Hillberg, P. (2009), "Using a Discrete Event Simulation Program in an Engineering Probability and Statistics Course", 39th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, San Antonio, Texas.